



IMPLANTATION DES TRANSFORMÉES DE HARTLEY ET DE FOURIER GLISSANTES SUR LE PROCESSEUR DSP96002. APPLICATION À L'ANALYSE VIBRATOIRE D'UN MOTEUR ÉLECTRIQUE DE FORTE PUISSANCE.

Patrice NUS, Olivier CASPARY,
Patrick SIBILLE, Claude VOMSCHEID

Université de Nancy I, CRAN - CNRS URA 821, B.P. 239
54506 Vandœuvre
Tél. 83.91.20.69, Fax 83.91.20.30

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous proposons l'implantation sur le processeur DSP96002 de Motorola, d'une méthode d'analyse spectrale classique fondée sur l'exploitation des transformées de Fourier et Hartley glissantes. Nous détaillons la mise en œuvre de l'algorithme sur le processeur et notamment l'utilisation d'oscillateurs numériques pour la synthèse des fonctions trigonométriques. Nous étudions également le problème de l'instabilité de l'algorithme glissant dont l'origine provient du codage sur 32 bits utilisé par ce calculateur. Après l'évaluation de la complexité numérique de l'algorithme, nous présentons une application de cette technique d'analyse pour la mesure de l'intensité vibratoire d'un moteur électrique de forte puissance.

1. INTRODUCTION

Le contrôle fonctionnel des moteurs électriques de forte puissance se fait généralement à l'aide de systèmes spécialisés, commercialisés par des sociétés comme Brüel & Kjaer ou Schenck. Les performances de ces appareils dont l'électronique est souvent analogique, peuvent cependant être égalées en utilisant les techniques d'analyse spectrale numériques implantées sur des calculateurs rapides comme le DSP96002 de Motorola. Parmi les nombreuses méthodes d'analyse fréquentielle, l'approche classique par transformée de Fourier reste la plus utilisée, d'une part parce que ses performances sont acceptables pour de nombreuses applications et, d'autre part, parce que ses caractéristiques sont parfaitement connues. Dans cet article, nous présentons un exemple d'utilisation des méthodes d'analyse spectrale classiques par transformée de Fourier ou de Hartley. Nous nous sommes intéressés aux algorithmes glissants qui conduisent à une estimation spectrale en temps réel puis à leur implantation sur le processeur de signal DSP96002. Le système d'analyse fréquentiel est utilisé pour la mesure de l'intensité vibratoire d'un moteur électrique que nous comparons à celle obtenue par un appareil spécialisé dans l'analyse des vibrations mécaniques. Dans les parties 2 et 3 de l'article, un rappel sur les transformées de Fourier et de

ABSTRACT

In this paper, the implementation on the Motorola DSP96002 processor of a classical spectral analysis method based on the use of sliding Fourier and Hartley transforms is proposed. The set-up of the algorithm on the processor and the use of numerical oscillators for the synthesis of the trigonometric functions are described. The stability problem of the sliding algorithm which comes from the 32 bytes data format used by this calculator is also studied. After evaluating the numerical complexity of the algorithm, an application of this analysis technique for the vibratory intensity measure of an high power electrical engine is finally presented.

Hartley ainsi que leurs formes glissantes est présenté. Ensuite dans la partie 4, nous décrivons leur implantation sur le DSP96002 puis une application sur un moteur électrique dans la dernière partie.

2. LES TRANSFORMÉES DE FOURIER ET HARTLEY

Une transformée effectue une décomposition d'un signal en fonctions élémentaires orthogonales permettant une transformation par exemple, du domaine temporel dans le domaine fréquentiel. Les fonctions de base les plus exploitées sont les fonctions trigonométriques associées à la transformée de Fourier.

2.1 Définition des transformées

La transformée de Fourier discrète (TFD), notée $F(k)$, établit une relation entre deux suites de nombres complexes $x(n)$ et $F(k)$ de période N , telle que :

$$F(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \exp\left(\frac{-j2\pi nk}{N}\right) \quad (2.1)$$

Dans la plupart des cas, la série $x(n)$ est à valeurs réelles, on peut alors utiliser les transformées à coefficients réels



notamment celle de Hartley discrète (THD) [1], notée $H(k)$, définie comme suit :

$$H(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot \text{cas} \left(\frac{-j2\pi nk}{N} \right) \quad (2.2)$$

où $\text{cas}(\theta) = \cos(\theta) + \sin(\theta)$ constitue le noyau de la transformée de Hartley.

Une relation lie ces deux transformées, on trouvera dans [1] les liens qui les unissent. Pour leurs calculs (voir [2] et [3]), on utilise les algorithmes rapides (TFR et THR), où $N = 2^M$ avec M entier. La complexité numérique est de l'ordre de $2N \log_2(N)$ multiplications pour Fourier et $N \log_2(N)$ pour Hartley. L'algorithme THR est donc environ deux fois plus rapide que celui associé à Fourier.

2.2 Densité spectrale de puissance

La densité spectrale de puissance, notée $DSP(k)$, peut être estimée à l'aide de ces transformées selon la formulation du périodogramme suivante :

$$DSP(k) = N \cdot |F(k)|^2 = \frac{H(k)^2 + H(N-k)^2}{2} \quad (2.3)$$

Le spectre d'un signal réel est donc identique pour les deux transformées.

3. LES TRANSFORMÉES GLISSANTES

Les algorithmes rapides nécessitent l'acquisition de tous les échantillons du signal avant leur calcul. Pour une analyse spectrale en temps réel avec des fréquences d'échantillonnage plus élevées que celles possibles dans l'approche rapide, les formes glissantes sont plus appropriées [4] [5].

3.1 TFD glissante

Soit l'instant p à partir duquel les échantillons $x(p-n)$ de $n = 0, \dots, N-1$ sont connus, reprenons la définition (2.1) de la transformée de Fourier $F_p(k)$, à l'instant p :

$$F_p(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(p-n) \cdot W_N^{nk}$$

avec $W_N^{nk} = \exp \left(\frac{-j2\pi nk}{N} \right)$ (3.1)

si l'on prend la transformée en z de $F_p(k)$, il vient :

$$Z[F_p(k)] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} W_N^{nk} \cdot \sum_{p=-\infty}^{+\infty} x(p-n) \cdot z^{-p} \quad (3.2)$$

finalement comme la transformée en z de la séquence $x(p-n)$ est égale à $z^{-n} \cdot X(z)$, on obtient :

$$Z[F_p(k)] = \frac{1}{N} X(z) \frac{1 - z^{-N}}{1 - W_N^k \cdot z^{-1}} \quad (3.3)$$

La forme récursive s'écrit alors :

$$F_p(k) = \frac{x(p) - x(p-N)}{N} + \exp \left(\frac{-j2\pi k}{N} \right) F_{p-1}(k) \quad (3.4)$$

La transformée $F_p(k)$ à l'instant p fait intervenir la différence entre les deux échantillons extrêmes et la transformée $F_{p-1}(k)$ à l'instant $p-1$ pondérée par le facteur de phase $\exp(\cdot)$, il s'agit de la forme glissante de la TFD. Le nombre d'opérations nécessaires à son calcul est de $4N+2$ multiplications et $4N+2$ additions. Pour un signal $x(n)$ réel, la TFD glissante est calculée sur seulement $N/2$ points avec $2N+2$ multiplications et $1.5N+2$ additions.

3.2 THD glissante

Pour la THD glissante, la même approche peut être appliquée. Cependant, en utilisant les relations entre Fourier et Hartley [1], on obtient une forme récursive plus simple qui est la suivante :

$$H_p(k) = \Delta x + \cos(\theta) H_{p-1}(k) + \sin(\theta) H_{p-1}(N-k) \quad (3.5)$$

où $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ sont respectivement le cosinus et le sinus de l'angle $\theta = 2\pi k/N$ et Δx la différence entre les deux échantillons extrêmes pondérée par $1/N$. Cette équation nécessite $2N+1$ multiplications et $3N+1$ additions, soit une complexité supérieure à celle de Fourier. Nous verrons néanmoins dans la partie implantation, qu'il est possible de diminuer sensiblement le nombre d'opérations en décomposant l'équation (3.5).

3.3 Avantages de la forme glissante

Le principal avantage est relatif à la résolution spectrale Δf de l'analyse, définie comme le quotient de la fréquence d'échantillonnage F_e sur le nombre de points N . En effet, dans les formes glissantes (3.4) et (3.5) il n'existe aucune contrainte sur le nombre d'échantillons N contrairement aux algorithmes rapides. Il est donc possible de "régler" la résolution fréquentielle Δf quand F_e est constante, en faisant varier N . Cette propriété est intéressante comme nous le verrons dans l'application présentée ci-après. D'autre part, les méthodes glissantes ne nécessitent aucune opération de décryptage, comme dans les algorithmes rapides, ce qui réduit encore le volume des calculs. Quant aux fenêtres généralement utilisées pour atténuer les interférences entre les composantes spectrales,

voir [5] pour les formes récursives associées aux transformées glissantes.

4. IMPLANTATION

Les calculs relatifs aux équations (3.4) et (3.5) sont exécutés par le DSP96002 de Motorola. L'implantation repose sur les équations présentées ci-après dans lesquelles on distingue deux parties associées chacune à un champ mémoire X ou Y du processeur. Pour Fourier, la décomposition en partie réelle notée $\Re[.]$ et imaginaire $\Im[.]$ conduit au système suivant avec la même notation que précédemment :

$$\begin{aligned} \Re[F_p(k)] &= \Delta x + \cos(\theta) \cdot \Re[F_{p-1}(k)] + \sin(\theta) \cdot \Im[F_{p-1}(k)] \\ \Im[F_p(k)] &= \cos(\theta) \cdot \Im[F_{p-1}(k)] - \sin(\theta) \cdot \Re[F_{p-1}(k)] \end{aligned} \quad (4.1)$$

Le calcul de ces deux équations pour k variant de 0 à N/2, conduit à la TFD glissante. Quant à Hartley, en posant $k = N - k$, on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned} H_p(k) &= \Delta x + \cos(\theta) \cdot H_{p-1}(k) + \sin(\theta) \cdot H_{p-1}(N - k) \\ H_p(N - k) &= \Delta x + \cos(\theta) \cdot H_{p-1}(N - k) - \sin(\theta) \cdot H_{p-1}(k) \end{aligned} \quad (4.2)$$

où les deux équations sont calculées également pour k variant de 0 à N/2. On notera que deux coefficients de la THD glissante sont calculés avec les mêmes termes $\sin(\theta)$, $\cos(\theta)$, $H_{p-1}(k)$ et $H_{p-1}(N - k)$. On obtient donc un calcul rapide de la THD glissante sur le DSP96002 par élimination de la moitié des accès mémoire. D'autre part, les deux systèmes (4.1) et (4.2) sont semblables et si l'on associe la partie réelle de la TFD glissante à $H_p(k)$ et la partie imaginaire à $H_p(N - k)$, le programme développé pour Hartley est utilisable également pour Fourier.

4.1 Les valeurs sinus et cosinus

On utilise généralement des tables contenant ces valeurs trigonométriques. Cependant, leur gestion est délicate étant donné le choix possible du nombre d'échantillons N. C'est pourquoi nous avons préféré synthétiser ces valeurs à l'aide de l'équation récurrente suivante de la fonction sinus :

$$s(k) = 2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \cdot s(k - 1) - s(k - 2) \quad (4.3)$$

En utilisant dans l'implantation, deux équations (4.3) avec des conditions initiales $s(-1)$ et $s(-2)$ fixant un déphasage de $\pi/2$ entre les signaux de sortie de ces "oscillateurs numériques", on synthétise les deux fonctions trigonométriques. L'utilisation de ces oscillateurs permet également de changer facilement la taille N de la transformée en modifiant seulement la condition

initiale $s(-2)$. Pour les deux fonctions trigonométriques, $s(-1)$ et $s(-2)$ sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \text{pour } \sin(\theta) &\Rightarrow s(-1) = 0 \quad s(-2) = \sin\left(\frac{-2\pi}{N}\right) \\ \text{pour } \cos(\theta) &\Rightarrow s(-1) = 1 \quad s(-2) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}\right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

On notera que les valeurs sinus et cosinus pour $\theta = 0$ ne sont pas calculées afin d'éviter l'exécution de ces opérations par le processeur. La transformée pour $k = 0$ est exécutée avant une boucle principale qui détermine les coefficients des transformées de $k = 1$ à $N/2$ selon les équations (4.1) ou (4.2).

4.2 Stabilité de l'algorithme glissant

L'algorithme développé à partir des équations (4.1) ou (4.2) qui intègre également la synthèse des valeurs sinus et cosinus selon l'équation (4.3), a été implanté sur le DSP96002 dont l'arithmétique est à virgule flottante au standard IEEE-754 sur 32 bits. Le fonctionnement sur le DSP96002 montre une divergence de l'algorithme à long terme, algorithme dont la stabilité est fixée par le terme $W_N^k = \exp(-j2\pi k/N)$ de l'équation (3.3). Pour évaluer les risques de divergence, la figure 1 montre pour différentes valeurs de N, la variation autour de l'unité, du module du facteur de phase $\exp(-j2\pi k/N)$ synthétisé sur le DSP96002. Cette variation dépend essentiellement du type d'arrondi utilisé par le processeur. Le résultat le plus acceptable est obtenu avec l'arrondi 'RP' (Round Toward Plus Infinity) pour lequel le module est généralement inférieur à 1.

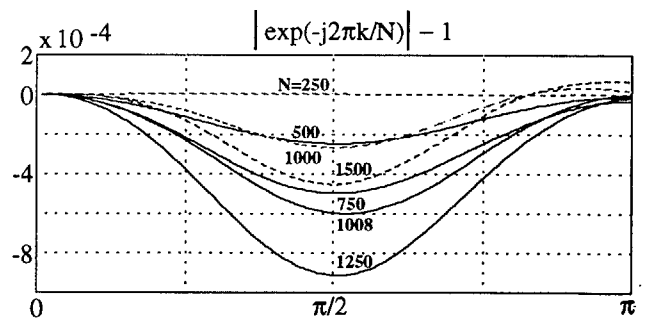


Figure 1

Pour quelques valeurs de N dont les courbes sont en pointillés, le risque de divergence est important puisque le module est supérieur à 1. Dans les autres cas, le module reste inférieur à l'unité ce qui garantit la stabilité de l'algorithme. Néanmoins, pour prévenir tous risques de divergence, on effectue dans l'implantation, une initialisation des oscillateurs numériques (équation (4.3) avec C.I. (4.4)) à chaque itération de l'algorithme et une mise à zéro des zones mémoires de sauvegarde ($x(p)/N$, $H_p(k)$ et $H_{p-1}(k)$) toutes les 300000 estimations spectrales.



4.3 Implantation sur le DSP96002

La rapidité d'exécution est obtenue en exploitant l'adressage modulo qui permet d'accéder facilement aux deux échantillons extrêmes $x(p)$ et $x(p-N)$ ainsi qu'aux coefficients des TFD ou THD glissantes. La phase d'initialisation de l'algorithme est réalisée simplement par une mise à zéro des zones mémoire de sauvegarde. La figure 2, présente l'organigramme du programme développé en assembleur DSP96002 pour le calcul de la transformée de Hartley glissante.

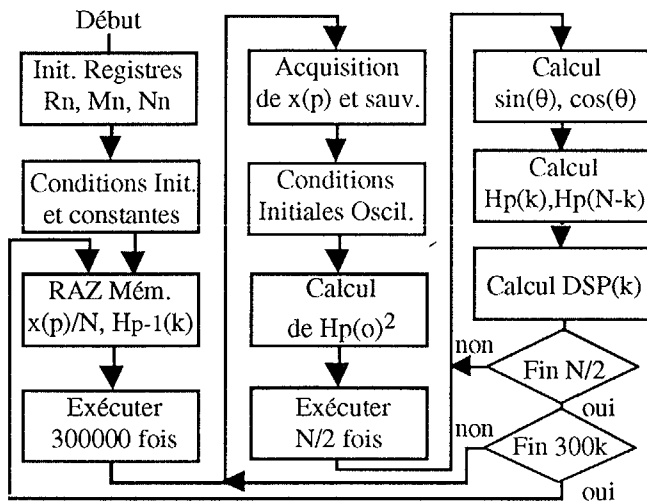


Figure 2

Le programme réalisé selon cet organigramme simplifié conduit à une complexité numérique de $6N+36$ cycles d'instruction du DSP96002 à 33 MHz, elle permet d'évaluer la fréquence d'échantillonnage maximale du signal d'entrée. Par exemple, $F_{\max} = 2739$ Hz pour $N = 1008$.

5. ANALYSE VIBRATOIRE D'UN MOTEUR ÉLECTRIQUE

Un moteur électrique triphasé d'une puissance de 460 KW alimenté sous 5500 V-50 Hz est immobilisé sur une plate forme d'essai. Lors du fonctionnement à vide du moteur, on effectue la mesure de l'intensité vibratoire, définie comme étant la valeur efficace de la vitesse de la vibration, des composantes à 50 et 100 Hz engendrées respectivement par sa rotation à 3000 tr/mn et par son champ magnétique tournant. Ces intensités vibratoires, dont les limites sont fixées par des normes, déterminent l'acceptation fonctionnelle du moteur par le constructeur. Ces mesures sont effectuées à l'aide d'un appareil spécialisé dont le principe d'analyse repose sur la détection synchrone. Les intensités vibratoires mesurées par cet appareil sont de 3.6 mm/s et 0.4 mm/s rms à des fréquences respectives de 51.4 Hz et 102 Hz.

Après une analyse spectrale par THD glissante sur 1024 puis 1008 points échantillonnés à 1200 Hz suivi d'un traitement numérique afin d'obtenir la vitesse efficace de la vibration [4], les spectres obtenus sont les suivants :

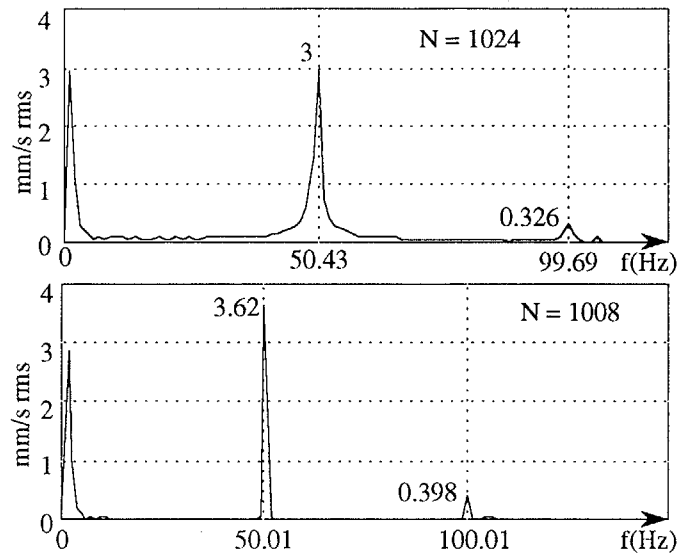


Figure 3

L'analyse spectrale avec $N = 1024$ montre les deux composantes fréquentielles recherchées avec cependant des amplitudes très éloignées (de l'ordre de 20 %) de celles obtenues par l'appareil spécialisé. L'erreur provient essentiellement du phénomène d'étalement de fréquences que l'on peut atténuer en utilisant une fenêtre de troncature autre que celle rectangulaire. Dans notre cas, la résolution Δf peut être ajustée et pour $N = 1008$, on obtient des raies très fines dont les amplitudes sont très proches de celles mesurées.

6. CONCLUSION

A fréquence d'échantillonnage constante, les méthodes d'analyse spectrale par TFD ou THD glissantes autorisent le réglage de la résolution Δf en ajustant N . Cette propriété nous a permis d'améliorer l'estimation du spectre du signal de vibration mécanique. Quant à l'implantation de ces méthodes sur le DSP96002, la technique de programmation proposée permet d'une part, d'assurer la stabilité à long terme des algorithmes TFD et THD et d'autre part l'utilisation d'un système de calcul de taille mémoire réduite. Le domaine d'application s'étend à tous types de machines tournantes où l'on cherche à déterminer avec précision les composantes fréquentielles caractéristiques.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BRACEWELL, "The Hartley Transform." New York, Oxford University press, 1986.
- [2] ELLIOT, RAO, "Fast Transforms, Algorithms, Analyses, Applications." Academic press, 1986.
- [3] NUS et Al, "Hartley transform revs DSP 96002." revue EDN, 27 mai 1993.
- [4] NUS, "Étude et implantation de méthodes d'estimation spectrale paramétriques et non-paramétriques. Application à l'analyse vibratoire de machines tournantes." Thèse de Doctorat de l'Université de Nancy I, 1993.
- [5] SHERLOCK et Al. "Moving discret Fourier Transform." IEE Proc., Vol. 139, pp.279-282, 1992.