

# Algorithmes parallèles pour les champs markoviens multiéchelles : spécification et mise en œuvre sur une architecture SIMD

E. MEMIN, F. HEITZ et F. CHAROT

IRISA/INRIA, Campus de Beaulieu 35042 Rennes Cedex, France

## RÉSUMÉ

Les méthodes d'optimisation globale (relaxation déterministe ou stochastique), généralement utilisées dans le cadre de la théorie des champs markoviens, restent coûteuses dans un certain nombre d'applications mais possèdent des propriétés qui les rendent massivement parallélisables. Nous proposons dans cet article trois schémas généraux de parallélisation de tels algorithmes qui, s'appuyant sur une analyse multiéchelle de l'image, se révèlent particulièrement efficaces comparés aux techniques parallèles classiques utilisées dans ce contexte.

## 1 Introduction

Les champs markoviens ont permis de définir un cadre statistique cohérent, unifié et efficace pour l'analyse d'image bas-niveau [2]. Les techniques d'estimation bayésienne usuelles (s'appuyant sur le critère du MAP) conduisent, dans ce cadre de modélisation, à la minimisation d'une fonction d'énergie généralement non convexe définie sur un espace de configurations extrêmement vaste. Il s'agit là d'un problème d'optimisation globale qui est résolu grâce à des algorithmes de relaxation [1, 2] qui impliquent des calculs intensifs.

Ces algorithmes réguliers et locaux se prêtent toutefois à un parallélisme de données massif que nous exploitons ici pour définir trois schémas parallèles originaux de relaxation, s'appuyant sur une modélisation multiéchelle de l'image. Les algorithmes décrits, mêlant différents niveaux de parallélismes (remise à jour en parallèle des sites de l'image, exploration concurrente des solutions) permettent d'exploiter toutes les potentialités des architectures SIMD et se révèlent particulièrement efficaces comparés aux schémas parallèles classiques utilisés dans ce domaine (ICM, relaxation stochastique, *etc.*).

## 2 Champs de Markov et relaxation multiéchelle

L'estimation bayésienne globale offre un cadre méthodologique au problème de l'estimation statistique d'un champ de primitives  $e = \{e_s, s \in S\}$  à partir d'un champ d'observations  $o = \{o_s, s \in S\}$ . Chaque primitive locale  $e_s$  sera supposée prendre ses valeurs dans un ensemble discret  $\Lambda$  et  $\Omega$  désignera l'ensemble fini de toutes les configurations possibles de  $e$ . Lorsque le critère du MAP (*maximum a posteriori*) est considéré, on montre, sous des hypothèses markoviennes sur le champ aléatoire conjoint  $(o, e)$ , que l'estimation optimale de  $e$  se ramène à la minimisation d'une fonction d'énergie globale  $U(o, e)$  décrivant les interactions locales entre va-

## ABSTRACT

The global optimization methods (stochastic or deterministic relaxation) used in the framework of Markov Random Fields modelization remain time consuming when sophisticated models are to be handled. On the other hand, these algorithms are well suited to massive parallelization. In this paper, we describe three general purpose parallel relaxation schemes which exhibit excellent convergence properties.

riables [2] :

$$\hat{e} = \arg \min_{e \in \Omega} U(o, e) \quad (1)$$

Cette minimisation est en général difficile, l'ensemble des configurations  $\Omega$  étant extrêmement vaste et les fonctions d'énergie usuelles non convexes.

La minimisation de la fonction d'énergie s'effectue généralement grâce à des algorithmes de relaxation stochastiques ou déterministes. Les algorithmes de relaxation stochastiques convergent théoriquement vers un des minima globaux de la fonction à minimiser. Les temps de convergence extrêmement longs qui leur sont associés les rendent cependant peu attractifs en pratique. Des méthodes déterministes, sous-optimales, sont souvent utilisées comme alternatives. Ces algorithmes convergent vers un minimum local dépendant de l'initialisation. Un des algorithmes de relaxation le plus couramment utilisé est l'algorithme des ICM proposé par Besag dans [1]. Cet algorithme consiste à remettre à jour chaque site du champ des variables traitées avec l'étiquette qui maximise la descente locale en énergie (*cf.* figure 1).

La lenteur rédhibitoire des algorithmes de relaxation stochastiques et la forte dépendance des algorithmes déterministes de relaxation vis à vis de l'initialisation ont motivé depuis plusieurs années, l'introduction de techniques de relaxation multirésolutions [6]. Il est en général admis que ces techniques, basées sur une structuration hiérarchique du processus de relaxation, convergent plus rapidement que leurs homologues monorésolutions et qu'elles conduisent à une amélioration des solutions finales. Dans ce contexte, un nouvel algorithme de relaxation particulièrement efficace a été proposé dans [5]. Ce schéma de relaxation, nommé "relaxation multiéchelle" sera considéré dans la suite.



**fonction ICM**( $\hat{e}, U(e, o)$ ) **résultat**  $\hat{e} \in \Omega$  ;

$\hat{e}$  : configuration initiale ;  
 $e(k)$  : configuration courante à l'itération  $k$  ;

$e(0) = \hat{e}$  ;  
**faire jusqu'à convergence**  
 { choisir un site  $s$  (aléatoirement ou selon un ordre prédéfini) ;  
 assigner à  $s$  l'étiquette  $e_s$  qui maximise  
 $U(e(k-1), o) - U(e(k), o)$   
 où :  $e_s(k) = e_s, e_r(k) = e_r(k-1) \forall r \neq s$   
 $\hat{e} = e(k)$  ;

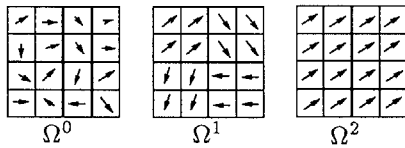
Figure 1 : Algorithme déterministe de relaxation ICM

### Relaxation multiéchelle

Cette technique d'optimisation est décrite en détail, et justifiée mathématiquement dans [5]. Le principe de l'approche multiéchelle est d'estimer le champ des primitives sur une succession de sous-espaces emboîtés associés à des configurations de résolution croissante.

$$\Omega^n \subset \Omega^{n-1} \subset \dots \subset \Omega^0 = \Omega \quad (2)$$

L'espace  $\Omega^l$ , à la résolution  $l$  est défini comme l'espace des configurations "grossières" constantes sur des blocs  $\mathcal{B}_i^l, i = 1, \dots, N_l$  de taille  $2^l \times 2^l$ , partitionnant la grille  $S$ .  $N_l$  désigne le nombre de blocs à la résolution  $l$ . La figure 2 présente un exemple de telles configurations pour trois sous-espaces de configurations différents.

Figure 2 : Exemples de configurations dans  $\Omega^l$ 

Chaque bloc  $\mathcal{B}_i^l$  étant défini par une étiquette unique  $e_i^l$ , il est naturel pour une échelle donnée, d'associer à chaque bloc un site unique d'une nouvelle grille. Notons  $S^l$  la grille, à l'échelle  $l$ , support des étiquettes,  $e_i^l, i = 1, \dots, |S^l| = N_l$ . Les blocs ayant une taille de  $2^l \times 2^l$ , les grilles  $S^l$  sont réduites d'un facteur  $2^l$ .

Il est possible de montrer [5] que résoudre le problème de l'optimisation de  $U$  dans le sous-espace  $\Omega^l$  revient à résoudre celui-ci sur une nouvelle fonction d'énergie  $U^l$  (définie à partir de la fonction d'énergie originale sur l'espace complet des configurations  $\Omega$ ) à une échelle réduite d'un facteur  $2^l$  dans un nouvel espace  $\Gamma^l$ . Ce dernier est le sous-espace des configurations réduites définies sur la grille  $S^l$ .

On se ramène ainsi à un problème d'estimation sur des grilles successivement réduites. Ces différentes optimisations sur la suite des sous-espaces  $\Gamma^l$  sont menées selon une stratégie descendante (*coarse-to-fine*). Elle consiste à estimer une première solution à une résolution grossière, celle-ci est ensuite projetée et raffinée à une échelle plus fine ; ce processus est itéré jusqu'au niveau de pleine résolution. Du fait de la définition des sous-espaces contraints  $\Omega^l$ , la projection  $P$  mise en jeu d'un niveau de résolution au suivant est une simple répétition des étiquettes. En pratique la minimisation des fonctions d'énergie  $U^l$ , à chaque niveau de résolution, est menée par l'algorithme de relaxation ICM mais

### Relaxation Multiéchelle (RME)

$\hat{e}^l$  : configuration initiale à la résolution  $l$  ;  
 $e^l$  : configuration estimée à la résolution  $l$  ;

Choisir la configuration initiale  $\hat{e}^L$  ;  
**pour**  $l = L$  (résolution grossière) **jq**  $l = 0$  (pleine résolution) **faire**  
 $\{ \hat{e}^l = \text{ICM}(\hat{e}^l, U^l(\hat{e}^l, o)) ; \text{ où } : e^l = \{e_s^l, s \in S^l\}$   
 $o = \{o_s, s \in S\}$   
**si** ( $l \neq 0$ ) **alors**  $\hat{e}^{l-1} = P_{\Gamma^{l-1}}(\hat{e}^l) ;$   
 $\}$

Figure 3 : Algorithme de relaxation multiéchelle

d'autres choix sont évidemment possibles. Le schéma général de la relaxation multiéchelle est décrit figure 3.

Le schéma multiéchelle est en résumé une technique hiérarchique d'estimation où une pyramide de primitives est associée à un niveau unique d'observations. Il a été appliqué à de nombreux problèmes d'analyse d'images [3, 5]. Il mène à des solutions de très bonne qualité – proches de celles obtenues par relaxation stochastique – pour une vitesse de convergence qui est de l'ordre de celle de l'algorithme ICM monorésolution.

### 3 Mise en œuvre sur des architectures SIMD 2D

La relaxation multiéchelle possède des propriétés de localité (en chaque site, une opération ne dépendant que des voisins du site considéré est effectuée) et de régularité (cette opération est identique en tous sites de la grille). Ces propriétés sont synonymes d'un parallélisme de données massif. C'est pourquoi, nous nous intéressons dans cette section à la mise en œuvre de la relaxation multiéchelle sur des architectures composées d'un grand nombre de processeurs, interconnectés selon un réseau bidimensionnel et fonctionnant de façon synchrone (mode SIMD).

#### 3.1 Schéma multiéchelle parallèle standard

Une technique classique pour paralléliser les algorithmes de relaxation sur une architecture SIMD consiste à remettre à jour simultanément des ensemble de sites non voisins [2]. Cette technique s'applique à la relaxation multiéchelle (RME) en considérant un coloriage (codage) de l'ensemble des sites  $S^l$  à chaque niveau de résolution [1]. Cette méthode se caractérise toutefois par une sous-utilisation du réseau de processeurs aux résolutions grossières. En effet, en supposant que l'on dispose d'un réseau de la taille d'une image à pleine résolution, la majorité des processeurs est alors inactive aux basses résolutions. Afin de pallier ce défaut, il est dès lors intéressant de concevoir de nouveaux schémas de relaxation multirésolution mieux adaptés à ce type de parallélisme. Les deux schémas que nous proposons maintenant autorisent une exploitation complète du tableau de processeurs à tous les niveaux de résolution.

#### 3.2 Schéma multiéchelle parallèle à sous-espaces concurrents

Le schéma multiéchelle revient à évaluer un champ de primitives – ou étiquettes – sur une succession de sous-espaces

$\Omega^l$  de configurations constantes sur des blocs de taille  $2^l \times 2^l$ . Or au niveau  $l$ , il existe  $2^l \times 2^l$  manières de choisir une partition en blocs de la grille originale  $S$ . En conséquence, à chaque niveau de résolution  $l$ , il est possible de construire  $2^l \times 2^l$  sous-espaces différents de configurations "grossières"  $\Omega^{l,k}$ ,  $k = 1, \dots, 2^l \times 2^l$  où, sur chacun des sous-espaces  $\Omega^{l,k}$  les étiquettes sont contraintes à être constantes sur la partition de blocs correspondante  $B_i^{l,k}$ ,  $i = 1, \dots, N_{l,k}$ . Les sous-espaces  $\Omega^{l,k}$ ,  $k = 1, \dots, 2^l \times 2^l$  sont obtenus par décalages successifs de la partition de blocs initiale le long des directions horizontale et verticale (cf. figure 4 pour un exemple au niveau  $l = 1$ ). On remarquera que des blocs de tailles variables doivent être introduits sur les bords de la grille image.

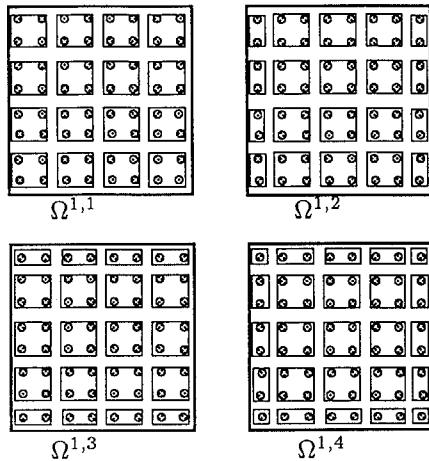


Figure 4 : Les quatre sous-espaces de configurations au niveau de résolution  $l = 1$

Comme dans le schéma multiéchelle nous définissons  $2^l \times 2^l$  sous-espaces  $\Gamma^{l,k}$ ,  $k = 1, \dots, 2^l \times 2^l$  de configurations réduites, définies sur des grilles de taille réduite  $S^{l,k}$ . Il est dès lors possible de définir un schéma de relaxation où, à une résolution donnée  $l$ , les  $2^l \times 2^l$  sous-espaces de configurations  $\Gamma^{l,k}$  sont explorés de manière concurrente. Les fonctions d'énergie  $\{U^{l,k}, k = 1, \dots, 2^l \times 2^l\}$  sont obtenues – de la même façon que dans le schéma multiéchelle standard – à partir de la fonction d'énergie initiale, définie sur l'espace des configurations  $\Omega$ .

L'algorithme de relaxation résultant est associé à une stratégie descendante de propagation des estimées. A chaque niveau de résolution,  $2^l \times 2^l$  relaxations sont "lancées" en parallèle sur les sous-espaces  $\Gamma^{l,k}$ . Les énergies des configurations estimées sont alors comparées ; la configuration de plus faible énergie est sélectionnée et projetée sur tous les sous-espaces  $\Gamma^{l-1,k}$ ,  $k = 1, \dots, 2^{l-1} \times 2^{l-1}$  attachés à la résolution suivante. La projection retenue ici est une projection orthogonale  $P^\perp$  associée à la distance euclidienne. Le schéma général de l'algorithme de relaxation multiéchelle à sous-espaces concurrents (RME\_SEC) est présenté figure 5. Notons que dans cet algorithme, à un niveau de résolution donné, les relaxations concurrentes sont stoppées lorsque l'une d'elle a convergé – i.e. ne change plus l'état de ses étiquettes. D'autres critères de convergence ont été testés, mais celui-ci conduit rapidement à de bonnes estimées comme nous le verrons dans la suite.

### Algorithme RME\_SEC

$\hat{e}^{l,k} \in \Gamma^{l,k}$  : configuration initiale (grille  $S^{l,k}$ ) ;  
 $\hat{e}^{l,k} \in \Gamma^{l,k}$  : configuration estimée (grille  $S^{l,k}$ ) ;  
 $Y^l$  : configuration d'énergie minimale ;  
 $P_{\Gamma^{l-1,k}}^\perp$  : projection orthogonale sur  $\Gamma^{l-1,k}$  ;

Choix d'un ensemble de configurations initiales  $\{\hat{e}^{L,1}, \dots, \hat{e}^{L,2^{2L}}\}$  ;  
**pour**  $l = L$  (résolution grossière) **jq**  $l = 0$  (pleine résolution) **faire** {  
**par**<sup>a</sup>  $\{\hat{e}^{l,1} = \text{ICM}(\hat{e}^{l,1}, U^{l,1})\}$  ;  
 $\vdots$   
 $\hat{e}^{l,2^l \times 2^l} = \text{ICM}(\hat{e}^{l,2^l \times 2^l}, U^{l,2^l \times 2^l}) ; \}$

$Y^l = \arg \min_{e^l \in \{\hat{e}^{l,1}, \dots, \hat{e}^{l,2^{2l}}\}} (U^{l, \cdot}(e^l, o))$ ,  $Y^l \in \Gamma^{l,k}$  ;  
**si**  $l \neq 0$  **alors**  
**par**  $\{\hat{e}^{l-1,1} = P_{\Gamma^{l-1,1}}^\perp(Y^l)\}$  ;  
 $\vdots$   
 $\hat{e}^{l-1,2^{l-1} \times 2^{l-1}} = P_{\Gamma^{l-1,2^{l-1} \times 2^{l-1}}}^\perp(Y^l) ; \}$

<sup>a</sup> **par**  $\{f_1; f_2; \dots; f_n\}$  désigne l'exécution parallèle des fonctions  $f_1, f_2, \dots, f_n$

Figure 5 : Algorithme de relaxation multiéchelle parallèle à sous-espaces concurrents

### 3.3 Schéma multiéchelle parallèle à initialisations multiples

Les algorithmes déterministes de relaxation du type ICM restent piégés dans le premier minimum local rencontré au cours du processus d'optimisation. Le choix de la configuration initiale est par conséquent d'une importance capitale. Une structuration multirésolution de l'information – comme dans le schéma multiéchelle – conduit à des fonctions d'énergies "lissées" aux résolutions grossières<sup>1</sup>. Mais ceci ne garantit pas que la fonction d'énergie à la résolution la plus grossière est suffisamment "lisse" pour n'admettre qu'un unique minimum. Il apparaît donc avantageux de proposer différentes initialisations en parallèle aux niveaux de faibles résolutions. Il résulte de ces initialisations multiples, la création de plusieurs chaînes de relaxation concurrentes à un niveau de résolution donné.

Dans le cadre du schéma multiéchelle cette stratégie peut être décrite de la manière suivante. Au niveau  $l$  du schéma multiéchelle,  $2^l \times 2^l$  chaînes de relaxation peuvent être "lancées" en parallèle sur le même sous-espace des configurations  $\Gamma^l$ , avec différentes configurations initiales. Ces chaînes de relaxation courent sur  $2^l \times 2^l$  grilles identiques notées  $S^{l,k}$ ,  $k = 1, \dots, 2^l \times 2^l$  supportant les configurations de  $\Gamma^l$ . Au niveau  $l - 1$ , afin d'initialiser les différentes chaînes de relaxation concurrentes,  $2^{l-1} \times 2^{l-1}$  configurations doivent être sélectionnées parmi les  $2^l \times 2^l$  configurations estimées au niveau supérieur. En d'autres termes, pour un niveau de résolution donné, une configuration parmi quatre doit donc

<sup>1</sup> En fait ce schéma revient à autoriser des déplacements plus importants dans l'espace des configurations. Il permet donc de supprimer les minima associés à des déplacements trop locaux dans cet espace.



être choisie et projetée au niveau suivant. Il est naturel, dès lors, de regrouper les  $2^l \times 2^l$  configurations estimées à la résolution  $l$  en sous-groupes  $G^{l,i}$ ,  $i = 1, \dots, 2^{l-1} \times 2^{l-1}$  de quatre configurations. Les configurations de plus basse énergie sur chacun de ces sous-groupes sont alors sélectionnées et projetées à la résolution suivante, ceci jusqu'à la résolution la plus fine. A pleine résolution, il subsiste une unique chaîne de relaxation et une unique solution est produite. L'algorithme de relaxation multiéchelle à initialisations multiples (RME\_IM) est décrit figure 6. La projection

**Algorithme RME\_IM**

$\hat{e}^{l,k} \in \Gamma^l$  : configuration initiale (grille  $S^{l,k}$ );  
 $\hat{e}^{l,k} \in \Gamma^l$  : configuration estimée (grille  $S^{l,k}$ );  
 $Y^{l,i}$  : configuration d'énergie minimale (sous-groupe  $G^{l,i}$ );  
 $P_{\Gamma^{l-1,k}}$  : projection sur  $\Gamma^{l-1}$ ;

Choix d'un ensemble de configurations initiales  $\{\hat{e}^{L,1}, \dots, \hat{e}^{L,2^{2L}}\}$ ;

**pour**  $l = L$  (résolution grossière) **jq**  $l = 0$  (pleine résolution) **faire**{  
  **par**{ $\hat{e}^{l,1} = \text{ICM}(\hat{e}^{l,1}, U^l)$ ;  
  :  
   $\hat{e}^{l,2^{2^l}} = \text{ICM}(\hat{e}^{l,2^{2^l}}, U^l)$ ;  
 $Y^{l,i} = \arg \min_{\hat{e}^{l,k} \in G^{l,i}} (U^l(\hat{e}^{l,k}, o))$ ,  $i = 1, \dots, 2^{2^l-2}$ ;  
  **si**  $l \neq 0$  **alors**  
  **par**{ $\hat{e}^{l-1,1} = P_{\Gamma^{l-1}}(Y^{l,1})$ ;  
  :  
   $\hat{e}^{l-1,2^{2^{l-2}}} = P_{\Gamma^{l-1}}(Y^{l,2^{l-1} \times 2^{l-1}})$ ;  
  }  
**}**

Figure 6 : Algorithme multiéchelle parallèle à initialisations multiples

utilisée dans cette algorithme notée ( $P$ ) est la même que celle considérée dans le schéma multiéchelle standard.

### 3.4 Résultats expérimentaux

Les différents schémas parallèles décrits précédemment (RME, RME\_SEC, RME\_IM) ont été mis en œuvre<sup>2</sup> sur une machine MASPAP MPI<sup>3</sup> pour une application d'estimation du champ des déplacements entre deux images consécutives (cf. [4, 5]). Les schémas multiéchelles parallèles sont comparés à des mises en œuvre parallèles classiques (par remise à jour en parallèle des sites de l'image sur un codage) de la relaxation stochastique (RS) (échantillonneur de Gibbs associé à une loi de descente en température exponentielle lente  $T_n = \alpha T_{n-1}$ ,  $\alpha = 0.98$  et  $T_0 = 1000$ ) et de l'algorithme ICM. Afin d'évaluer les convergences de chacun de ces algorithmes un banc-test de 41 séquences de deux images  $64 \times 64$  a été obtenu en appliquant un champ synthétique complexe à différentes images réelles. La courbe 7 représente le rapport entre les énergies atteintes par la relaxation stochastique et les autres algorithmes. Pour des raisons de lisibilité la courbe des ICM n'y est pas reportée, cet algorithme admet en effet une déviation très importante par rapport à la relaxation stochastique ( $\frac{U(RS)}{U(ICM)} = 0.56$  en moyenne). Nous pouvons remarquer que les algorithmes à

<sup>2</sup>Une description complète de ces schémas et de leurs mises en œuvre peut être trouvée dans [4].

<sup>3</sup>La machine SIMD MASPAP MPI est composée d'une grille 2D de  $32 \times 32$  processeurs élémentaires 4-bit.

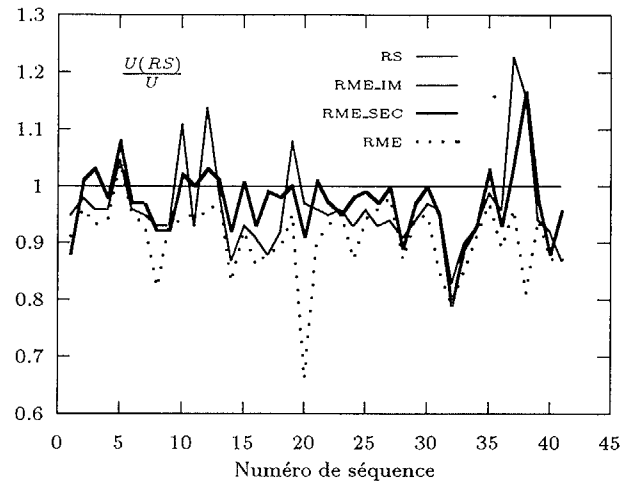


Figure 7 : Rapport des énergies finales atteintes par la relaxation stochastique (RS) et les algorithmes RME, RME\_SEC, et RME\_IM

sous-espaces concurrents (RME\_SEC) et à initialisations multiples (RME\_IM) améliorent de façon significative les résultats obtenus par le schéma multiéchelle parallèle standard (RME). Notons que les algorithmes multiéchelles convergent vers des solutions énergétiquement très proches de la relaxation stochastique et qu'en particulier les algorithmes RME\_SEC et RME\_IM génèrent parfois sur ce banc-test des solutions d'énergies inférieures. Les temps moyens des différents algorithmes sont donnés table 1. Les algorithmes

RS	RME	RME_SEC	RME_IM	ICM
7 mn 45 s	5 s 68	4 s 95	4 s 79	4 s 20

Table 1 : Temps moyens des différents algorithmes

RME\_SEC et RME\_IM sont accrédités d'un temps CPU inférieur au schéma standard RME bien qu'ayant un coût par itération plus élevé et s'avèrent en moyenne 90 fois plus rapides que la relaxation stochastique pour des solutions de qualité voisine.

### 4 Conclusion

Au vu des résultats expérimentaux, les schémas multiéchelles à sous-espaces concurrents et à initialisations multiples possèdent des propriétés très attractives. Outre le fait d'utiliser pleinement le réseau de processeurs, ces algorithmes permettent, par rapport au schéma multiéchelle parallèle standard une amélioration de la minimisation pour un temps de calcul inférieur. Soulignons à nouveau que ces algorithmes de relaxation parallèles sont généraux et transposables à toute application d'analyse d'images s'appuyant sur des modèles markoviens.

### Bibliographie

- [1] J. BEŠAG. On the statistical analysis of dirty pictures. *J. Royal Statist. Soc.*, 48, Serie B(3):259-302, 1986.
- [2] S. GEMAN and D. GEMAN. Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the bayesian restoration of images. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine intelligence*, 6(6):721-741, Nov. 1984.
- [3] Z. KATO, M. BERTHOD, and J. ZÉRUBIA. Multiscale markov random field models for parallel image classification. In *Int. Conf. on Computer Vision*, Berlin, Mai 1993.
- [4] E. MÉMIN. Algorithmes et architectures parallèles pour les approches markoviennes en analyse d'images. Thèse de l'université de Rennes I, Juin 1993.
- [5] P. PÉREZ and F. HEITZ. Une approche multiéchelle à l'analyse d'images par champs markoviens. *Traitement du signal*, 9(6), 1993.
- [6] D. TERZOPOULOS. Image analysis using multigrid relaxation methods. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(2):129-139, Mar. 1986.