



**ESTIMATION DE LA DENSITÉ DE PROBABILITÉ EN LOCALISATION ET TRAJECTOGRAPHIE PASSIVE PAR MESURE D'AZIMUTS**

M. SPIGAI, JF. GRANDIN

Thomson-CSF, Division RCM, 178 Bd Gabriel Péri 92242 Malakoff Cedex

RÉSUMÉ

La discrétisation de l'espace d'état dans le problème de Trajectographie Passive par mesures d'Azimuts permet de calculer la densité conditionnelle du vecteur à estimer connaissant le vecteur d'observation. Après un exposé du calcul de la densité, une approximation est proposée, effectuant un compromis entre la simplicité/robustesse et la précision de l'algorithme. Une chaîne de traitement permet de résoudre le problème multi-bruiteurs, au final on obtient les différents bruiteurs avec leurs droites de visée associées, ainsi qu'une approximation de la densité conditionnelle. Des applications du principe de l'algorithme pour des bruiteurs fixes dans le cas du renseignement électronique par satellite et pour le problème de l'estimation du biais de mesure sont également abordées dans l'article.

ABSTRACT

The discretization of the state space in the Target Motion Analysis with bearings-only measurements allows the computation of the conditional density of the estimated vector, knowing the observation vector. After describing the computation of the density, an approximation is proposed, realizing a compromise between simply/robustness and precision of the algorithm. A treating chain solves the multi-targets problem, at the very end, the different targets with their associated direction of arrival and an approximation of the conditional density are obtained. Applications of this principle in the case of the location of radar emitters by satellite and for the problem of estimating the bias are discussed in this paper.

1. INTRODUCTION

Dans le problème de Trajectographie Passive par mesures d'Azimuts (TPA), un porteur mobile P, muni d'un senseur *passif* mesurant une séquence de directions d'arrivée (azimuts  $\theta$ ) de signaux (radars,...) issus d'un bruiteur B en mouvement, cherche à déterminer la trajectoire du bruiteur B.

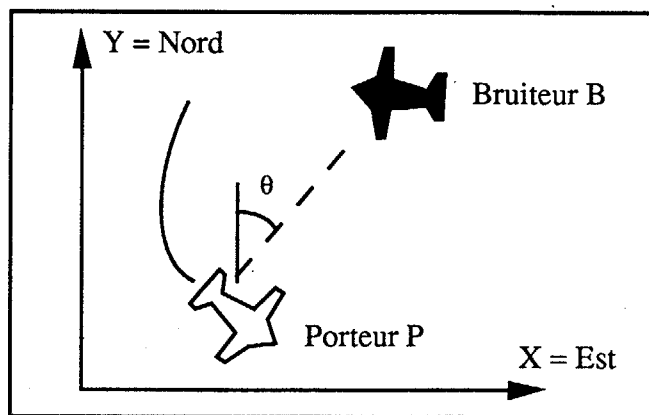


Figure 1.a. : Problème de Trajectographie Passive par mesures d'Azimuts (TPA).

On fait l'hypothèse que le bruiteur B est en Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU).

Pour assurer l'observabilité du problème une condition nécessaire est que le porteur manoeuvre, c'est-à-dire ne soit pas en MRU (cf [1]). Dans la suite de l'article, les scénarios étudiés seront supposés observables.

2. ÉQUATIONS DU PROBLÈME TPA

Paramètres observés :

On dispose de N observations d'azimuts  $\theta$  :

$$\theta_{im} = \theta_i + \sigma v_i, \quad 1 \leq i \leq N$$

$v$  étant un bruit blanc Gaussien centré  $\mathcal{N}(0,1)$ .

Paramètres estimés :

On cherche à déterminer la position du bruiteur à un instant de référence  $t_R$  (généralement l'instant final), ainsi que sa vitesse dans le plan ( $X=Est, Y=Nord$ ). On a donc un vecteur de dimension 4 :

$$\mathcal{X}(t_R) = (x_B(t_R), y_B(t_R), v_{xB}, v_{yB})$$

Paramètres indépendants :

On suppose connaître sans erreur :

- Les instants de mesures  $t_i$ ,
- La position du porteur P :  $x_p(t_i), y_p(t_i)$ .

Pour  $1 \leq i \leq N$ .



**Relations :**

On a :

$$\theta_{im} = F_i[X(t_R)] + \sigma v_i, \quad 1 \leq i \leq N$$

avec

$$F_i[X(t_R)] \triangleq \tan^{-1} \left[ \frac{x_B(t_R) + (t_i - t_R) V_{x_B} - x_P(t_i)}{y_B(t_R) + (t_i - t_R) V_{y_B} - y_P(t_i)} \right]$$

**3. DENSITÉ CONDITIONNELLE**

On cherche à déterminer la loi conditionnelle de  $X(t_R)$  connaissant les mesures  $\theta_1, \dots, \theta_N$  et la précision de mesure  $\sigma$ . On peut utiliser une approche Bayésienne : on dispose d'une connaissance a priori  $p_0[X(t_R)]$ , on calcule alors de manière récursive :

$$p_i[X(t_R)] = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\theta_{im} - F_i[X(t_R)]}{\sigma} \right)^2 \right] \cdot p_{i-1}[X(t_R)]$$

pour  $1 \leq i \leq N$ . (1)

Cette densité est finalement normalisée, d'où la densité finale :

$$\pi_N[X(t_R)] = \frac{p_N[X(t_R)]}{\int_{\mathcal{R}^4} p_N[x] dx}$$

Il faut bien noter qu'on estime ici la densité conditionnelle de  $X(t_R)$ . Il est possible à partir de cette densité de mettre en place un estimateur de  $X(t_R)$ .

**4. DISCRETISATION ET CALCUL DE LA DENSITÉ**

Le calcul de  $\pi_N[X(t_R)]$  nécessite la discrétisation de  $\mathcal{R}^4$ . On réalise ainsi un pavage en 4 dimensions dans lequel les pavés peuvent avoir des tailles quelconques. L'idée la plus simple qui vient à l'esprit est d'avoir des pavés de plus en plus grands au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'observateur. Pour la suite de l'article on suppose avoir un pavage de dimension  $(N_x, N_y, N_{V_x}, N_{V_y})$ . On calcule donc une approximation de  $\pi_N[X(t_R)]$ , la normalisation s'effectuant par rapport au pavage.

Un problème supplémentaire vient s'ajouter : l'environnement peut être multi-bruiteurs. Ce problème s'apparente à celui de l'estimation Bayésienne d'un mélange de lois normales où l'observation suit une loi de densité :

$$f(\theta/x) = \sum_{i=1}^k p_i \varphi(\theta; \mu_i, \sigma_i)$$

avec  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ , un mélange de  $k$  lois normales de moyenne  $\mu_i$  et de variance  $\sigma_i^2$ .

L'échantillonnage Bayésien fournit une solution performante mais ne permet pas de résoudre tous les problèmes posés par l'estimation Bayésienne dans les mélanges. En particulier on ne sait toujours pas tester de manière satisfaisante le nombre de composantes d'un mélange (supposé connu dans la méthode). En outre, le calcul nécessite une énumération de toutes les partitions possibles en  $k$  classes, ce qui est très coûteux.

Afin d'obtenir un compromis entre la simplicité/robustesse et la précision de l'algorithme, une approximation de (1) est faite sous la forme :

$$p_i[X(t_R)] = \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\theta_{im} - F_i[X(t_R)]}{\sigma} \right)^2 \right] \cdot p_{i-1}[X(t_R)]$$

(2)

pour  $1 \leq i \leq N$ . Avec en plus  $p_i[X(t_R)] = p_{i-1}[X(t_R)]$  lorsque  $|\theta_{im} - F_i[X(t_R)]| \geq \lambda \sigma$ ,  $\lambda$  étant un réel ( $\lambda = 3$  par exemple).

**5. TRAJECTOGRAPHIE MULTI-BRUTEURS**

A partir de la densité conditionnelle estimée, il est possible de mettre en place des estimateurs de  $X(t_R)$ . L'algorithme proposé ici enchaîne les étapes suivantes :

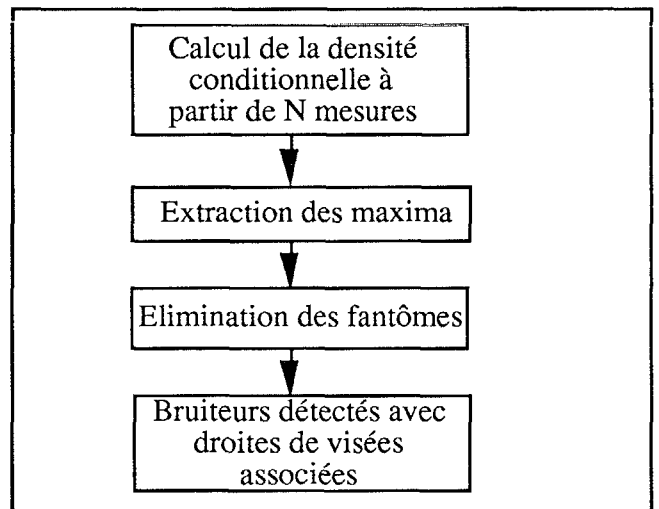


Figure 5.a : Chaîne d'estimation de  $X(t_R)$ .

La première étape correspond au § 3 et 4. On décrit ci-après les deux autres étapes.

**Extraction des maxima :**

Un postulat de base sur les bruiteurs observés est le modèle MRU. Dès lors, les azimuts issus d'un même bruiteur doivent converger dans le pavage sur un point d'accumulation ou point de convergence des visées.

En extrayant du pavage l'ensemble de tous les maxima répondant à certains critères de consistance (niveaux absolus et relatifs minimum, distance bruiteur-trajectoire avion compatible avec l'horizon radio-électrique par exemple,...) on cherche à obtenir au moins toutes les positions des bruiteurs statistiquement bien représentés.

Par "statistiquement bien représentés" on entend que les convergences à faible nombre de visées sont filtrées. On pourra abaisser le niveau minimum requis pour extraire les bruiteurs peu représentés, mais les fausses alarmes augmenteront en conséquence.



### Élimination des fantômes :

Les maxima retenus ne sont pas tous le fait d'un véritable bruiteur. Des maxima consistants peuvent être créés par l'accumulation fortuite de visées provenant d'autres points de convergence. Ces faux bruiteurs sont appelés des "fantômes". Un exemple est donné pour des bruiteurs fixes en figure 5.b.

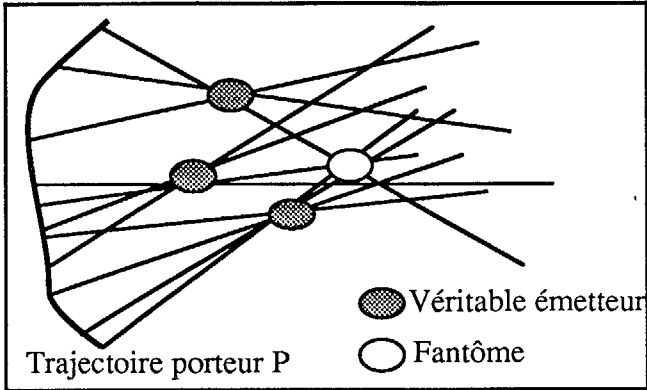


Figure 5.b. : Exemple de bruiteurs fixes "fantômes".

La procédure de filtrage de ces fantômes utilise principalement le fait que par nature, les bruiteurs fantômes ne possèdent aucune droite de visée "propre". Une droite de visée propre est une visée ne pouvant être rattachée qu'à un seul point de convergence. Puisque les visées qui constituent les accumulations fantômes sont issues d'autres points de convergence, elles ne sont pas propres.

## 6. SIMULATIONS

### Scénario mono-bruiteur :

On prend une durée d'observation de 15 minutes, avec une mesure toutes les 10 secondes.  
Précision des mesures : 2 degrés.  
Le porteur (avion) évolue sur une trajectoire de type "hippodrome", la durée du tronçon principal étant de 8 minutes.  
Le bruiteur est un avion en MRU.  
On a  $N_x = N_y = N_{Vx} = N_{Vy} = 16$ .

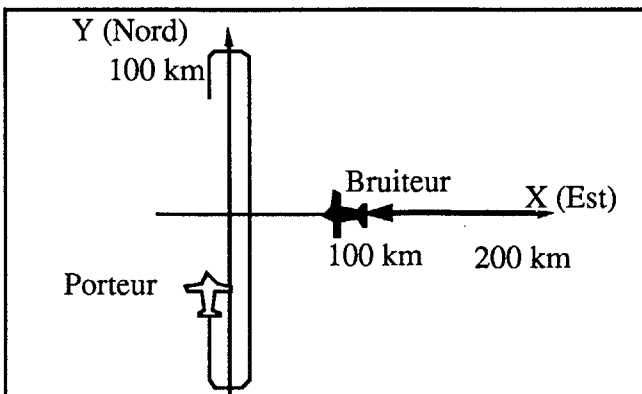


Figure 6.a. : Scénario mono-bruiteur.

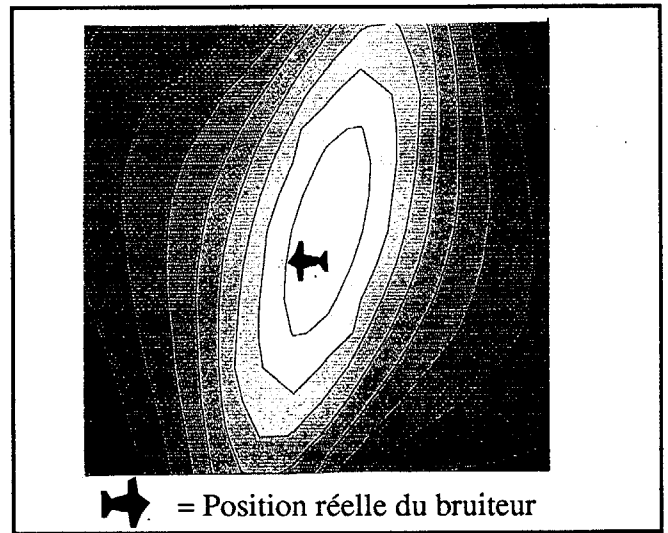


Figure 6.b. : Densité de probabilité conditionnelle pour la position.

### Scénario multi-bruiteurs :

On prend les mêmes caractéristiques que pour le scénario mono-bruiteur. Il y a ici deux cibles de même vitesse et de positions différentes (suffisamment séparées pour pouvoir les distinguer au vue de la précision de mesure).

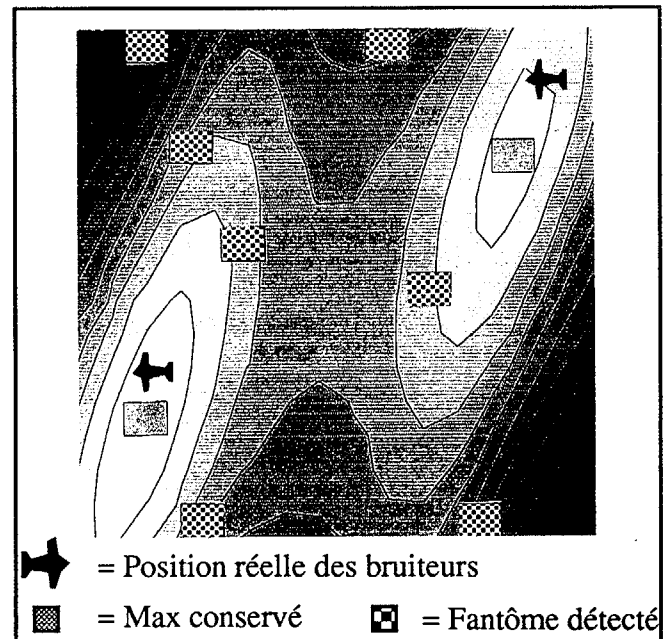


Figure 6.c. : Projection dans le plan position du résultat de la recherche des bruiteurs

### Scénario multi-bruiteurs fixes (localisation):

Le principe de l'algorithme peut s'appliquer dans le cas des bruiteurs fixes (cf [2], [3]). Des simulations ont été réalisées dans le cas d'un satellite effectuant des observations de signaux radars issus de la terre. Le cas d'un mélange de trois bruiteurs fixes est présenté ci-après. Pour des raisons de confidentialité, on ne donne pas les précisions obtenues sur la localisation, en particulier la cartographie est fictive.

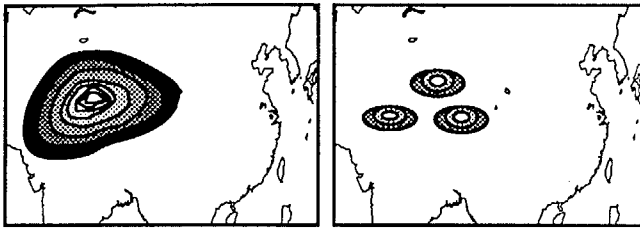


Figure 6.d. : Densité conditionnelle après 9 puis 30 observations

### Scénario mono-bruiteur fixe avec biais de mesure :

L'algorithme peut s'appliquer dans le cas des bruiteurs fixes avec un biais de mesure. Le vecteur à estimer est alors de dimension 3 :  $\mathcal{X} = (x_B, y_B, \text{Biais})$ .

On a :

$$\theta_{im} = F_i[\mathcal{X}] + \sigma v_i, \quad 1 \leq i \leq N$$

avec

$$F_i[\mathcal{X}] \triangleq \text{Biais} + \tan^{-1} \left[ \frac{x_B - x_P(t_i)}{y_B - y_P(t_i)} \right]$$

On représente ci-après un exemple de localisation avec un biais de mesure de 4 degrés. La position réelle du bruiteur se trouve au milieu du pavage  $(x,y)$ .

La coupe Biais = 0° (cf figure 6.e), qui correspond à un biais non estimé, montre une distorsion de la densité avec apparition de maxima locaux.

La coupe Biais = 4° fait apparaître un seul maximum centré sur la position réelle de la cible. On remarquera que le contour de la densité est "en étoile", ce qui est mal résumé par une ellipse de variance.

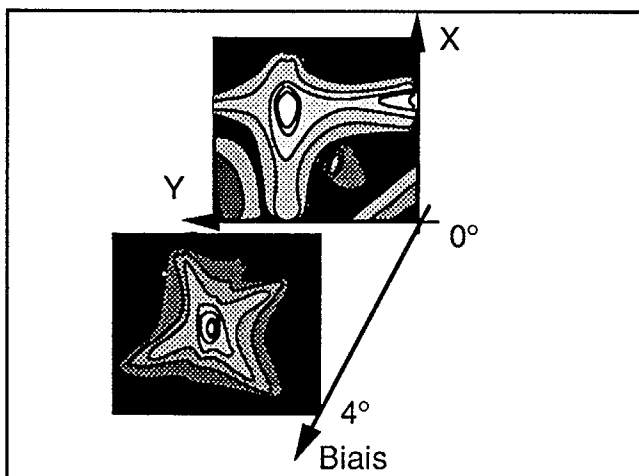


Figure 6.e. : Coupes de la densité conditionnelle dans le cas d'un biais de mesure de 4 degrés.

## 7. CONCLUSION ET PROSPECTIVES

L'algorithme présenté permet de calculer la densité de probabilité conditionnelle du vecteur (position, vitesse) d'un bruiteur dans le problème de Trajectographie Passive par mesures d'Azimuts. Il permet également de traiter de manière simple le cas multi-bruiteurs en permettant, à partir d'un ensemble de N azimuts, de déterminer le nombre de bruiteurs et les droites de visées associées à chacun d'entre eux.

### *Optimisation du pavage*

Le pavage en 4 dimensions peut mener à des calculs importants. Une optimisation du pavage fonction du contexte (bruiteurs de type bateaux, avions, ...) permettra d'accélérer les traitements.

### *Poursuite par Chaînes de Markov cachées*

Le problème de la poursuite des bruiteurs au cours du temps par utilisation des chaînes de Markov cachées a déjà été abordé dans [6] pour un système composé de capteurs actifs et passifs. L'étude des performances de cette méthode en passif uniquement sont à examiner.

## RÉFÉRENCES

- [1] D. PILLON, C. JAUFFRET "Nouveaux résultats concernant l'observabilité en trajectographie par mesure d'angle". *Treizième Colloque GRETSI*, pages 289-292. Juan-les-Pins, 1991.
- [2] F. CAMPILLO, F. LE GLAND "Application du filtrage non linéaire en Trajectographie Passive". *Douzième Colloque GRETSI*, pages 197-200. Juan-les-Pins, 1989.
- [3] B. BRABAN, JF. GRANDIN "A problem of multilocalization of radar emitters in counter-measures solved by image processing techniques". *Revue technique THOMSON-CSF - VOL. 25 - N°1 - Mars 1993*.
- [4] C. ROBERT " L'analyse statistique Bayésienne". *Economica - Paris - 1992*.
- [5] G. CELEUX, J. DIEBOLT "L'algorithme SEM : un algorithme d'apprentissage probabiliste pour les mélanges de lois de probabilité". *R.S.A. - VOL. 84 - N°2 - 1986*.
- [6] F. MARTINERIE "Fusion de données et poursuite de cibles à l'aide de chaînes de Markov cachées et de programmation dynamique". *THOMSON Sintra - Arcueil*.