

APPLICATION DES METHODES A HAUTE RESOLUTION DANS LA DISCRIMINATION DES CONTRIBUTEURS ELEMENTAIRES D'UNE CIBLE RADAR

Y. WANG, J. SAILLARD

Laboratoire S2HF, IRESTE, Université de Nantes
La Chantrerie - CP 3003, 44087 Nantes Cedex 03

RÉSUMÉ

L'application des méthodes à haute résolution dans la discrimination des points brillants est étudiée dans cet article. La méthode de filtrage et la décimation sont employées afin de résoudre la difficulté du grand nombre d'échantillons et d'améliorer le pouvoir de résolution. Les avantages combinés du filtrage et de la décimation sont explicités en se basant sur le fait que la plus petite valeur propre significative a une influence primordiale sur le pouvoir de résolution pour des méthodes basées sur les propriétés des éléments propres de la matrice de covariance.

1. INTRODUCTION

La puissance de l'écho renvoyé par une cible radar est caractérisée par sa surface équivalente appelée section efficace radar (SER). Une approche empirique classique consiste à modéliser la cible comme un ensemble de points brillants indépendants et isotropes. L'intérêt de cette modélisation réside d'une part dans la simplicité qui n'est pas nécessairement irréaliste, d'autre part dans la possibilité d'appliquer l'ensemble des méthodes classiques en traitement du signal pour son analyse et son traitement. Nous commençons donc par une présentation brève du problème, en introduisant le modèle, et en montrant le lien entre la discrimination des points brillants et l'estimation des composantes fréquentielles dans un signal bruité.

Les méthodes à haute résolution permettent de dépasser la limite du pouvoir de résolution de la transformée de Fourier, celles-ci sont présentées dans le paragraphe 3. Ensuite, les problèmes rencontrés dans l'application de ces méthodes sont évoqués dans le paragraphe 4. Finalement les avantages de filtrage-décimation sont explicités en se basant sur le fait que la résolution de ces méthodes dépend essentiellement de la plus petite valeur propre significative. Des simulations sont également données et nous terminons par une conclusion.

2. FORMULATION DU PROBLEME

Considérons qu'une cible radar puisse se décomposer en une somme finie de m contributeurs élémentaires (points brillants) indépendants et isotropes. Le coefficient complexe de rétrodiffusion de la cible pour le secteur angulaire considéré s'exprime par:

$$s(\vec{k}) = \sum_{i=1}^m a_i e^{j2\vec{k}\vec{x}_i} \quad (1)$$

ABSTRACT

In this paper, we consider the application of the high resolution methods to the discrimination of the elementary scatters. The filter and decimation technics are utilized in order to improve spectral resolution. The advantages of such procedure are explicated by the simulation examples.

où a_i représente l'amplitude complexe du $i^{\text{ème}}$ point brillant et \vec{x}_i le vecteur définissant sa position spatiale dans le repère cible.

En supposant que la cible soit éclairée par une onde électromagnétique de fréquence f et que l'angle de site de mesure soit nul, alors:

$$s(f) = \sum_{i=1}^m a_i e^{j\frac{4\pi}{c}\delta_i f} \quad (2)$$

δ_i est la distance projetée du $i^{\text{ème}}$ point brillant sur la direction radar-cible.

Dans le cas pratique, on émet une suite de N exponentielles pures $e^{j2\pi f_n t}$ avec: $f_n = f_0 + n\delta f$ avec $n = 0, \dots, N-1$. Alors pour la $n^{\text{ème}}$ fréquence:

$$\begin{aligned} s(f_n) &= \sum_{i=1}^m a_i e^{j\frac{4\pi}{c}\delta_i f_n} \\ &= \sum_{i=1}^m a_i e^{j\frac{4\pi}{c}\delta_i (f_0 + n\delta f)} \\ &= \sum_{i=1}^m b_i e^{j2\pi(\frac{2\delta f}{c}\delta_i)n} \end{aligned} \quad (3)$$

$s(f_n)$ peut alors être considéré comme l'échantillon à l'instant n d'un signal composé d'une somme de N sinusoides ayant pour fréquences propres $\frac{2\delta f}{c}\delta_i$, la fréquence d'échantillonnage étant normalisée à 1. Pour que le théorème de Shannon soit respecté, il faut que $\frac{2\delta f}{c}\delta_i \leq \frac{1}{2}$, ce qui donne la fameuse formule



de la distance d'ambiguïté:

$$|2\delta_i|_{\max} = \frac{c}{2\delta f} \quad (4)$$

Ainsi que le problème d'estimation des points brillants peut se ramener à une estimation de composantes sinusoïdales dans un bruit blanc additif. Les différences entre les fréquences spatiales estimées correspondent aux distances entre les points brillants projetées sur la direction radar-cible.

La méthode la plus couramment utilisée est la transformée de Fourier qui malheureusement est limitée par son pouvoir de résolution ainsi que par l'effet des lobes secondaires qui introduit des biais dans l'estimation. Pour s'affranchir de ces limites, des méthodes dites à haute résolution sont proposées [1], [2], [3]. Dans la suite, nous présentons brièvement ces méthodes.

3. METHODES A HAUTE RESOLUTION

Supposons N échantillons d'un signal $s(t)$ composé de m sinusoïdes complexes pures:

$$s(n) = \sum_{i=1}^m \alpha_i e^{j2\pi f_i n} \quad n = 0, \dots, N-1 \quad (5)$$

Il est montré [3] que la matrice de covariance estimée:

$$R = \frac{DD^H}{2(N-p+1)} \quad (6)$$

où $p > m$ et

$$D = \begin{bmatrix} y(1) & \dots & y(N-p+1) & \bar{y}(N) & \dots & \bar{y}(p) \\ y(2) & \dots & y(N-p+2) & \bar{y}(N-1) & & \\ \dots & & \dots & \dots & & \\ y(p) & & y(N) & \bar{y}(N-p+1) & \dots & \bar{y}(1) \end{bmatrix} \quad (7)$$

possède les propriétés suivantes:

(a). La matrice R est déficiente et de rang égal au nombre de sinusoïdes m . Notons la décomposition en éléments propres de la matrice R :

$$R = U\Sigma U^H = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \text{diag}[\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_m \ 0 \dots 0] \begin{bmatrix} U_1^H \\ U_2^H \end{bmatrix} \quad (8)$$

avec $\Sigma = \text{diag}[\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_p]$

et $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m \quad \lambda_{m+1} = \dots = \lambda_p = 0$.

(b). Les méthodes à haute résolution [1], [2], [3] se basent essentiellement sur le fait que les vecteurs sources:

$$\underline{d}(f_i) = \begin{bmatrix} 1 & e^{2j\pi f_i} & \dots & e^{2j\pi(p-1)f_i} \end{bmatrix}^T \quad (9)$$

$i = 1, \dots, m$

sont colinéaires avec les m premiers vecteurs propres associés

aux valeurs propres non nulles qui engendrent l'espace signal $\Pi_s = U_1 U_1^H$, et sont orthogonaux à l'espace bruit $\Pi_b = U_2 U_2^H$ engendré par les $p - m + 1$ vecteurs propres associés aux valeurs propres nulles.

(c). La présence d'un bruit additif $b(n)$ entraîne l'expression:

$$y(n) = s(n) + b(n)$$

avec $b(n)$ bruit blanc gaussien, complexe, circulaire. On sait qu'asymptotiquement toutes les valeurs propres sont décalées d'une constante égale la variance du bruit additif, et les propriétés énoncées dans (b) restent valides.

La méthode MUSIC [1] se base sur ces propriétés, et consiste à minimiser la projection du vecteur source sur l'espace bruit estimé:

$$f_i = \arg \min_f [d^H(f) \hat{\Pi}_b d(f)]$$

La méthode de Minimum de Norme [2] se base également sur ces propriétés, et consiste, quant à elle, à calculer un vecteur orthogonal:

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} 1 \\ \dots \\ E_s \underline{g}^* / (1 - \underline{g}^H \underline{g}) \end{bmatrix}$$

où le vecteur colonne \underline{g} et la matrice E_s sont construits en partitionnant la matrice U_1 :

$$U_1 = \begin{bmatrix} \underline{g}^T \\ \dots \\ E_s \end{bmatrix}$$

où \underline{g}^* est un vecteur colonne dont les éléments sont les complexes conjugués des éléments du vecteur \underline{g} , et \underline{g}^H est la transposée conjuguée du vecteur \underline{g} .

Les racines au voisinage du cercle unité du polynôme, dont les coefficients sont les éléments du vecteur \underline{y} , nous donnent accès aux fréquences à estimer.

4. PROBLEMES RENCONTRES DANS L'ESTIMATION DES CONTRIBUTEURS ELEMENTAIRES

Dans le cas d'une situation réelle, les signaux ne sont pas strictement stationnaires car la cible éclairée réagit différemment suivant la longueur d'onde du champ incident, de plus des problèmes sont liés à l'application propre de ces méthodes à haute résolution. On peut minimiser la première contrainte en choisissant une bande de mesure relativement faible. Mais pour résoudre le deuxième problème, des traitements appropriés sont indispensables pour que les méthodes à haute résolution puissent s'appliquer correctement.

Pour cerner plus clairement le problème, une situation rencontrée couramment dans la pratique est présentée, nous disposons d'un fichier de 3201 échantillons équirépartis dans la bande de mesure s'étendant de 10 à 18 GHz. Ceci impose une

distance d'ambiguïté de 60m, la distance entre les points brillants est de l'ordre de quelque mm. En terme de fréquences normalisées, l'écart entre les fréquences spatiales à estimer est de l'ordre de 10^{-4} .

Il est connu que les méthodes à haute résolution atteignent leur performance maximale quand la dimension de la matrice de covariance p est voisine de $(2/3)N$. Ici N , le nombre d'observation est de 3201, la dimension optimale de la matrice de covariance est alors approximativement de 2000. Or, outre les erreurs numériques, le calcul de la décomposition en éléments propres d'une matrice de cette dimension est difficile voire impossible, à cause du temps de calcul et de la mémoire exigée.

Pour remédier à ce problème deux solutions sont envisageable. La première consiste à se fixer la dimension de la matrice de covariance à une taille raisonnable quelle que soit la longueur de la séquence. La seconde consiste à procéder à une décimation des échantillons avant d'appliquer les méthodes à haute résolution. Signalons que la procédure de filtrage et de décimation est également employée dans [5] afin d'estimer la pente d'un trajet d'une source en mouvement dans le cas d'un sonar.

Les applications sur des données réelles et sur des simulations montrent que la première approche ne peut pas fonctionner, même dans un cas très favorable. Considérons une séquence de 3201 échantillons formés à partir d'un signal composé de deux sinusoides complexes pures d'amplitude unité, de phase initiale nulle et de fréquence 0.5 et $0.5 - 1/(2 \cdot 3201) = 0.49984$, respectivement. La matrice de covariance est estimée suivant la formule (6) dont la dimension varie de $p=30$ à 80. Les trois premières valeurs propres de cette matrice sont listées dans le tableau 1.

Tableau 1 : Les valeurs propres en fonction de p

p	valp 1	valp 2	valp 3
30	60.02	1.08e-3	3.21e-14
40	80.02	2.57e-3	3.70e-14
50	100.03	5.01e-3	4.30e-14
60	120.03	8.66e-3	5.01e-14
70	140.03	1.37e-2	5.66e-14
80	160.03	2.05e-2	6.01e-13

D'après le tableau 1, il est clair que cette méthode ne peut pas s'appliquer, la raison en est simple, la plus petite valeur propre significative est beaucoup trop faible pour que la séparation entre l'espace signal et l'espace bruit soit encore correcte. Si p augmente, le temps de calcul devient trop important pour que la méthode soit attractive.

La procédure suivante peut alors être envisagée:

1) Conserver le spectre utile par un filtre passe bande. Ce filtrage sert d'une part à atténuer le bruit additif et les composantes fréquentielles situées en dehors de la bande, ce qui per-

met de réduire la variance du bruit additif, et d'autre part d'éviter le repliement du spectre lors de l'étape de décimation.

2) Translater le signal filtré autour de zéro. Signalons que dans les fichiers de mesure, toutes les fréquences correspondantes aux points brillants sont calibrées de telle manière que les fréquences spatiales à estimer se trouvent au voisinage de zéro.

3) Décimer les données

4) Appliquer les méthodes à haute résolution.

5. FILTRAGE ET DECIMATION

Pour simplifier l'exposé, nous supposons que toutes les fréquences se trouvent au voisinage de zéro, il suffit donc d'effectuer un filtrage passe-bas. Pour que le bruit de mesure reste blanc, une relation entre le degré de décimation et la largeur de bande s'impose. Si on veut travailler avec tous les k échantillons, il faut que la fréquence de coupure normalisée par rapport à la fréquence d'échantillonnage soit égale à $1/(2k)$.

Pour le traitement proposé, un filtre du type FIR à phase linéaire [4] d'ordre 400 est utilisé. Le filtrage est effectué suivant le principe de FFT-Multiplication-FFT inverse, tout en tenant compte des effets de convolution circulaire [4]. Pour appliquer efficacement les méthodes à haute résolution, il faut éliminer les 400 premiers et 400 derniers échantillons filtrés qui sont influencés par les effets de bord.

Récrivons la formule (5):

$$s(n) = \sum_{i=1}^m \alpha_i e^{j2\pi f_i n} \quad n = 0, \dots, N-1 \quad (10)$$

En supposant que toutes les fréquences soient autour de zéro et soient inférieures à $1/(2k)$, alors un filtrage passe bas avec une fréquence de coupure égale à $1/(2k)$ n'affecte pas le signal. Il est clair qu'après décimation du facteur k du signal (10), nous n'avons que N/k échantillons, le signal décimé est toujours un signal composé de m sinusoides complexes, mais de fréquence normalisée multipliée par un facteur k :

$$\hat{s}_k(l) = s(kl) = \sum_{i=1}^m \alpha_i e^{j2\pi (kf_i) l} \quad (11)$$

$$l = 0, \dots, N/k - 1$$

Donc le produit nombre d'échantillons et fréquence normalisée reste constant. Pour une telle procédure, il est intéressant d'étudier l'évolution de la plus petite valeur propre significative de la matrice de covariance (6) en fonction du nombre d'échantillons tout en fixant le produit nombre d'échantillons et l'écart entre fréquences normalisées constant.

La figure 1 montre cette évolution. Nous avons considéré un signal composé de deux sinusoides de fréquences $-\Delta f/2$, $\Delta f/2$ respectivement. Δf est choisie de telle sorte que $N\Delta f = 1/2$, et N étant le nombre d'échantillons variant de 100 à 3200. La dimension de la matrice de covariance est prise égale à 40. La plus petite valeur propre significative est $2.6e-3$ quand $N = 3200$, et devient égale à 2.5 quand $N = 100$, compte tenu de la réduction de la puissance du bruit additif d'un facteur k grâce au filtrage, on note ici tous les avantages de l'opération filtrage-décimation pour les méthodes à haute résolution.

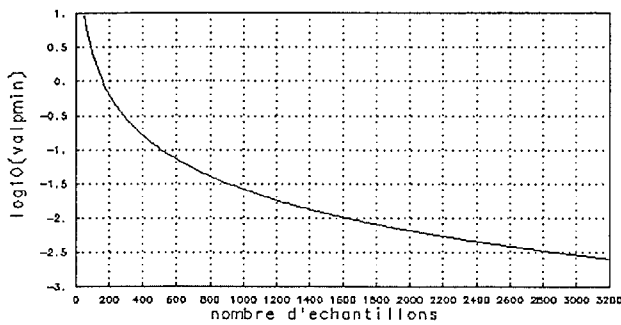


Fig 1. Evolution de la plus petite valeur propre significative

6. SIMULATION

Considérons un signal composé de trois sinusoïdes complexes pures d'amplitude unité et de phase initiale nulle, dont les fréquences sont $-\Delta f/2$, $\Delta f/2$ et 0.4 respectivement. Δf est choisie telle que $N\Delta f = 1/2$, et N étant le nombre d'échantillons valant 3200. Le rapport signal sur bruit par sinusoïde est pris égal à 13dB. Nous voulons estimer les deux fréquences les plus proches de zéro.

Un filtrage passe bas de type FIR à phase linéaire de fréquence de coupure $1.0/(30 \cdot 2)$ d'ordre 400 est appliqué sur le signal original. Ensuite une décimation d'un facteur 30 est effectué sur le signal filtré. Finalement la méthode de MUSIC est appliquée au signal ainsi obtenu. La matrice de covariance estimée est construite suivant la formule (6), et la dimension de cette matrice est prise égale à 40. La figure 2 donne la projection du vecteur source sur l'espace bruit, les deux fréquences qui nous intéressent sont nettement séparées. Sans filtrage-décimation, nous avons calculé également cette projection, et elle est présentée sur la figure 3, les deux fréquences sont confondues. Sur la figure 4, nous avons tracé la réponse en ne simulant que les deux fréquences les plus proches de zéro, et comme prévu, nous ne pouvons pas séparer ces deux fréquences.

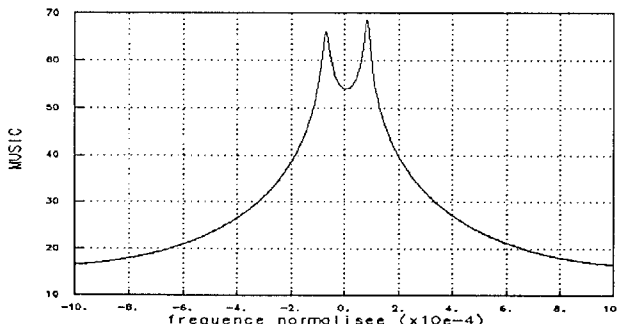


Fig 2. MUSIC avec filtrage-décimation

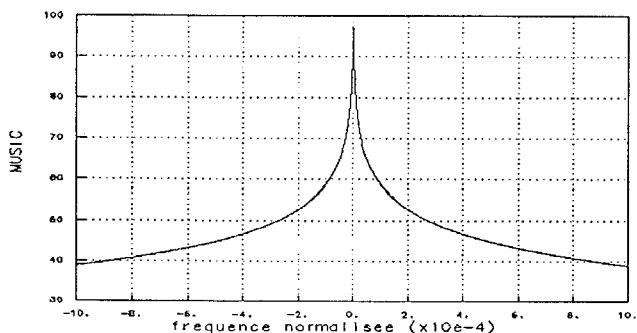


Fig 3. MUSIC sans filtrage-décimation

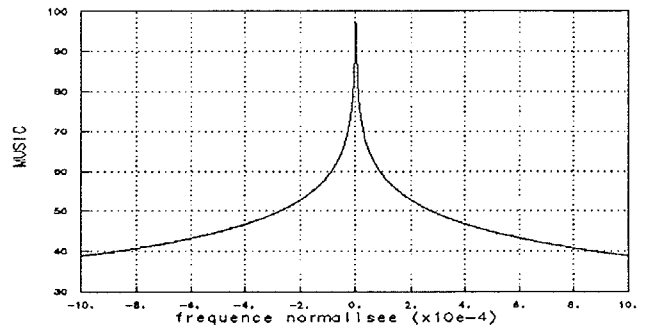


Fig 4. Deux sinusoïdes

La même procédure de filtrage et décimation est appliquée avec la méthode de Minimum de Norme, mais l'écart entre les deux fréquences les plus proches est cette fois égale à $N\Delta f = 1/3$. Le résultat est donné dans la figure 5.

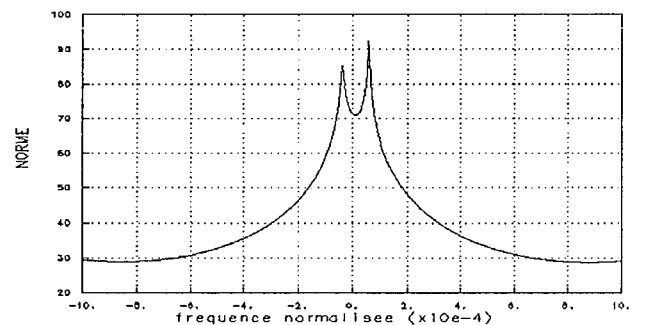


Fig 5. Minimum de Norme avec filtrage-décimation

7. CONCLUSION

Dans cet article, les applications des méthodes à haute résolution dans la discrimination des points brillants ont été présentées, en tenant compte des problèmes rencontrés lors du dépouillement de données réelles. Les intérêts du filtrage et de la décimation pour les méthodes à haute résolution sont explicités à l'aide d'exemples simulés. Néanmoins, il est intéressant d'effectuer des études statistiques approfondies pour cerner quantitativement l'apport réel d'une telle approche, afin d'estimer au mieux la valeur du facteur de décimation et pour déterminer le facteur de décimation.

REFERENCES

[1] R.O. Schmidt: "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation". Proc. RADC Spectrum Estimation Workshop (Rome, NY), pp243-258, 1979.
 [2] R. Kumaresan, D.W. Tufts: "Estimating the Angles of Arrival of Multiple Plane Waves". IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol.19, No.1, pp.134-139, January 1983
 [3] S.Y. Kung, K.S. Arun and D.V. Bhaskar Rao: "State-Space and Singular-Value Decomposition-Based Approximate Methods for the Harmonic Retrieval Problem". J. Opt. Am., Vol.73, No.12, pp.1799-1811, December 1983.
 [4] A.V. Oppenheim, R.W. Schaffer: "Digital Signal Processing". Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
 [5] O. Zugmeyer, thèse de Docteur de l'Université de RENNES I: "Méthodes d'Analyse Spatio-Temporelle de Sources en Mouvement"., Juillet, 1992.