

## IMAGERIE MICRO-ONDE DE SCÈNES INSTATIONNAIRES

J. BERTRAND <sup>a</sup>, P. BERTRAND <sup>b</sup>, L. VIGNAUD <sup>c</sup>.

<sup>a</sup> CNRS et Université Paris VII, 75251 Paris, France

<sup>b</sup> ONERA / DES, BP 72, 92322 Châtillon, France

<sup>c</sup> ONERA / DES et Ecole Normale Supérieure de LYON, France

### RÉSUMÉ

L'étude porte sur la généralisation de l'imagerie micro-onde de laboratoire pour décrire des disperseurs évoluant dans le temps. Elle implique : • l'acquisition de données particulières sous la forme d'un coefficient de rétrodiffusion  $H(f_1, f_2)$  qui dépende des fréquences émises et reçues en large bande; • une notion élargie d'image, "l'image cinématique"  $I(x, t, v, f)$  définie comme distribution de réflecteurs élémentaires dans un espace position, instant d'existence, vitesse, et fréquence; • un traitement cohérent par l'introduction du groupe des observateurs comme groupe de covariance et extraction de l'image cinématique par le produit couplé de deux représentations temps fréquence affines du coefficient de rétrodiffusion.

La chaîne capteur / traitement / image en micro-ondes ne possède pas encore le cadre bien défini de son homologue en optique. L'imagerie micro-onde résulte toujours d'un traitement des données collectées, avec la volonté de dresser une carte des réflecteurs élémentaires mais aussi la liberté de pouvoir s'adapter à la situation particulière que l'on envisage d'imager. La présente étude concerne la généralisation de l'imagerie micro onde (cf. [1], [2] et [3]) de manière à décrire une scène instationnaire à une dimension d'espace, au sens large d'assemblée de parties en mouvement qui ne réfléchissent pas nécessairement pour tous les temps ni pour toutes les fréquences (cf. [4]). Ce type d'imagerie prend donc en compte des propriétés de scintillation et de dispersivité.

La chaîne d'acquisition doit être entièrement revue pour s'adapter au caractère novateur de cette imagerie, à commencer par les données à acquérir qui doivent être judicieusement choisies. En effet, les mesures radar consistent à enregistrer les changements qui s'opèrent sur une onde électromagnétique lors de son interaction avec la cible. Cela revient à comparer l'onde retournée à l'onde émise. Dans les situations statiques, cette comparaison peut s'effectuer pour chaque fréquence séparément, et l'effet de la diffusion est simplement décrit par un facteur complexe dépendant de la fréquence que l'on nomme coefficient de rétrodiffusion ou hologramme radar  $H(f)$ . Cependant, avec des cibles non stationnaires telles que nous les envisageons, le problème se complique ; le processus de

### ABSTRACT

The study concerns the generalisation of laboratory microwave imaging in order to describe time varying scatterers. It implies: • acquiring a peculiar backscattering coefficient  $H(f_1, f_2)$  that depends on the wide band frequencies of both incoming and outgoing waves; • enlarging the notion of image by defining a "kinematical image" as the distribution of elementary reflectors in the space of position, time, velocity and frequency; • building a coherent processing of the data by introducing the observers group as the covariance group, and finally extracting the kinematical image through the product of two coupled affine time-frequency distributions of the backscattering coefficient.

diffusion ne peut se représenter que par un opérateur linéaire agissant sur le signal radar, une grande bande de fréquence étant nécessaire à la fois pour l'émission et pour la réception à cause notamment de l'étalement Doppler. Si nous appelons  $S_{in}(f_1)$  le signal frappant la cible, et  $S_{out}(f_2)$  le signal reçu en retour, on peut écrire :

$$S_{out}(f_2) = \int_0^{+\infty} \sqrt{f_1/f_2} H(f_1, f_2) S_{in}(f_1) df_1 \quad (1)$$

où le noyau  $H(f_1, f_2)$  désigne le coefficient de rétrodiffusion sur lequel nous travaillerons par la suite. Nous verrons comment cette fonction peut être calculée pour quelques cibles théoriques ainsi que simulée à partir de mesures statiques réelles obtenues en chambre anéchoïque.

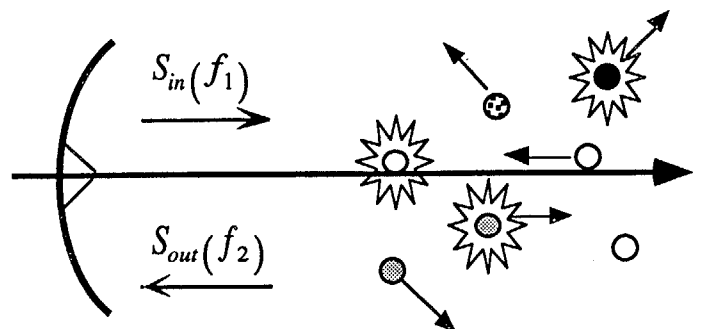


Figure 1: Schéma de mesure d'une scène instationnaire



A l'autre extrémité de la chaîne se trouve la notion d'image. En statique, nous pouvons obtenir une carte des réflecteurs  $I(x, f)$  suivant leur position et les fréquences auxquelles ils répondent. Ici nous devons élargir cette notion et utiliser des densités de points dans un espace à quatre dimensions  $(x, t, v, f)$ . Dans cet espace  $x$  représente la distance d'un réflecteur élémentaire,  $t$  son instant d'existence,  $v$  sa vitesse radiale, et  $f$  sa fréquence de fonctionnement ("couleur"). Une telle distribution  $I(x, t, v, f)$  de points brillants en mouvement, non permanents, et colorés, représente ce que nous appelons une *image cinématique* pour souligner sa dépendance en fonction de  $v$  et de  $t$ : la vitesse des points brillants est déterminée par le processus de construction de l'image cinématique et ne résulte pas d'un traitement appliqué *a posteriori* sur une suite temporelle d'images classiques [5]. On a défini  $f$  comme la fréquence de travail d'un réflecteur élémentaire vue dans son propre référentiel ; si de plus on introduit  $t_1$  et  $t_2$  on obtient les formules suivantes :

$$\begin{cases} t_1 = x/c - t \\ t_2 = x/c + t \\ f_1 = f \frac{1+v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ f_2 = f \frac{1-v/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = c(t_1 + t_2)/2 \\ t = (t_2 - t_1)/2 \\ v = c \frac{(f_1 - f_2)}{(f_1 + f_2)} \\ f = \sqrt{f_1 f_2} \end{cases} \quad (2)$$

Il nous reste à trouver une méthode pour obtenir l'image cinématique  $I(x, t, v, f)$  à partir du coefficient de rétrodiffusion  $H(f_1, f_2)$ . En imagerie statique, cela revenait à considérer le groupe affine des changements d'horloge et à effectuer une analyse temps ( $x/c$ )-fréquence sur  $H(f)$  pour obtenir  $I(x, f)$  (cf. [6]). Ces représentations temps-fréquence basées sur le groupe affine sont l'extension aux larges bandes de fréquence des descriptions temps-fréquence usuelles (Ville-Wigner etc..) liées quant à elles à une représentation du groupe des translations en temps et fréquence dont l'intérêt vient de l'étude des signaux à bande étroite. Elles admettent des formes régularisée liées à l'analyse par ondelettes continues. Dans notre cas, nous devons préciser tout d'abord le groupe de covariance qui intervient. Puis nous montrerons comment celui-ci se ramène par isomorphisme au produit de deux groupes affines, autorisant une double analyse temps-fréquence dans les variables  $(t_1, t_2, f_1, f_2)$ .

### GRUPE DE COVARIANCE :

La contrainte de covariance entre le coefficient de rétrodiffusion et l'image cinématique provient du fait que l'image doit rester cohérente pour tout observateur et donc indépendante du choix du système de référence. Or l'espace des phases  $(x, t, v, f)$  peut être entièrement décrit par un groupe particulier de transformations ponctuelles : le groupe des observateurs  $G_{\xi, \tau, \mu, \alpha}$  composé des translations d'espace-temps  $(\xi, c\tau)$ , des transformations de Lorentz  $\mu$ , et des dilatations  $\alpha$ .

Un élément  $g \equiv (\xi, \tau, \mu, \alpha)$  du groupe transforme un point  $P = (x, t, v, f)$  en  $P' = (x', t', v', f')$  suivant :

$$\begin{cases} x' = \frac{\alpha}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}}(x - \mu t) + \xi \\ t' = \frac{\alpha}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}}(t - \mu x/c^2) + \tau \\ v' = \frac{v - \mu}{1 - v\mu/c^2} \\ f' = \frac{f}{\alpha} \end{cases} \quad (3)$$

Ou encore, dans les variables  $(t_1, t_2, f_1, f_2)$  :

$$\begin{cases} t'_1 = \alpha \frac{1+\mu/c}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}} t_1 + \xi/c - \tau \\ t'_2 = \alpha \frac{1-\mu/c}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}} t_2 + \xi/c + \tau \\ f'_1 = \alpha^{-1} \frac{1-\mu/c}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}} f_1 \\ f'_2 = \alpha^{-1} \frac{1+\mu/c}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}} f_2 \end{cases} \quad (4)$$

En posant :

$$\begin{aligned} a_1 &= \alpha \frac{1+\mu/c}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}} & a_2 &= \alpha \frac{1-\mu/c}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}} \\ b_1 &= \xi/c - \tau & b_2 &= \xi/c + \tau \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{on peut écrire : } \begin{cases} t'_1 = a_1 t_1 + b_1 & t'_2 = a_2 t_2 + b_2 \\ f'_1 = \frac{f_1}{a_1} & f'_2 = \frac{f_2}{a_2} \end{cases} \quad (6)$$

On voit apparaître deux transformations affines de changement d'horloge et les dilatations de fréquences correspondantes.

Intéressons-nous maintenant aux lois de transformation du coefficient de rétrodiffusion et de l'image cinématique. Dans une translation d'espace-temps  $(\xi, c\tau)$ , le coefficient de rétrodiffusion se trouvera déphasé à cause du chemin additionnel parcouru :

$$H'(f_1, f_2) = H(f_1, f_2) \times e^{-2i\pi[(f_1+f_2)\xi/c - (f_1-f_2)\tau]} \quad (7)$$

Finalement, en prenant en compte un changement complet d'observateur caractérisé par une transformation  $g \equiv (\xi, \tau, \mu, \alpha)$ , on obtient :

$$\begin{aligned} H'(f_1, f_2) &= \alpha e^{-2i\pi[(f_1+f_2)\xi/c - (f_1-f_2)\tau]} \\ &\times H\left(\alpha \frac{1+\mu/c}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}} f_1, \alpha \frac{1-\mu/c}{\sqrt{1-\mu^2/c^2}} f_2\right) \end{aligned} \quad (8)$$

dont une écriture simplifiée est :

$$H(f_1, f_2) = (a_1 a_2)^{1/2} e^{-2i\pi(b_1 f_1 + b_2 f_2)} H(a_1 f_1, a_2 f_2) \quad (9)$$

Par transformée de Fourier à deux dimensions on montre que  $(t_1, f_1)$  et  $(t_2, f_2)$  sont deux paires de variables conjuguées

$$\hat{H}(t_1, t_2) = (a_1 a_2)^{-1/2} \hat{H}\left(\frac{t_1 - b_1}{a_1}, \frac{t_2 - b_2}{a_2}\right) \quad (10)$$

Sous ces formes, on a montré l'isomorphisme du groupe des observateurs avec un produit direct de deux groupes affines à une dimension dont la loi de composition est pour chacun :  $(a, b)(a', b') = (aa', b + ab')$

En toute généralité, la représentation temps-fréquence associée sera une fonction réelle qui devra se transformer par  $g \equiv (\xi, \tau, \mu, \alpha)$  suivant :

$$P(t_1, t_2, f_1, f_2) = P\left(\frac{t_1 - b_1}{a_1}, \frac{t_2 - b_2}{a_2}, a_1 f_1, a_2 f_2\right) \quad (11)$$

Or la loi de transformation de l'image cinématique, donnée par inversion de (4), est :

$$I(x, t, v, f) = I\left(\frac{\alpha^{-1}}{\sqrt{1 - \mu^2/c^2}}((x - \xi) + \mu(t - \tau)), \frac{\alpha^{-1}}{\sqrt{1 - \mu^2/c^2}}\left((t - \tau) + \frac{\mu}{c^2}(x - \xi)\right), \frac{v + \mu}{1 + v\mu/c^2}, \alpha f\right) \quad (12)$$

Exprimée dans les variables  $(t_1, t_2, f_1, f_2)$ , cette formule montre que l'image cinématique suit la même loi de transformation que la représentation temps-fréquence affine du coefficient de rétrodiffusion :

$$\tilde{I}(t_1, t_2, f_1, f_2) = \tilde{I}\left(\frac{t_1 - b_1}{a_1}, \frac{t_2 - b_2}{a_2}, a_1 f_1, a_2 f_2\right) \quad (13)$$

Dès lors il existe plusieurs moyens pour calculer l'image cinématique. Le premier serait d'effectuer une double représentation temps-fréquence affine unitaire, extension large bande de la représentation de Wigner-Ville :

$$\begin{aligned} \tilde{I}(t_1, t_2, f_1, f_2) &= \sqrt{f_1 f_2} \int (\lambda(u_1) \lambda(-u_1) \lambda(u_2) \lambda(-u_2)) \\ &\quad \times H(\lambda(u_1) f_1, \lambda(u_2) f_2) \\ &\quad \times H^*(\lambda(-u_1) f_1, \lambda(-u_2) f_2) \\ &\quad \times e^{2i\pi(t_1 f_1 u_1 + t_2 f_2 u_2)} du_1 du_2 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{avec } \lambda(u) = \frac{u}{1 - e^{-u}}$$

Dans les hypothèses de bande relative étroite et de Doppler faibles l'approximation  $\lambda(u) \approx 1 + u/2$  conduit à une représentation de type Wigner-Ville.

Néanmoins, ces représentations ont l'inconvénient de ne pas être partout positives, ce qui peut paraître incompatible avec la notion d'image. Nous préférons donc utiliser une forme régularisée basée sur une décomposition sur une base d'ondelettes continues.

Supposons donnée une fonction complexe  $\Phi_{x_0, t_0, v_0, f_0}(f_1, f_2)$ , que nous appelons "ondelette mère", attachée à un point particulier  $P_0 = (x_0, t_0, v_0, f_0)$ : ceci signifie qu'elle représente le coefficient de rétrodiffusion d'un réflecteur élémentaire localisé autour de ce point. Puisque  $P_0$  peut être amené en n'importe quel point  $P$  de l'espace des phases par une transformation du groupe, nous sommes capables de construire une ondelette déplacée  $\Phi_{x, t, v, f}(f_1, f_2)$  attachée à tout point  $(x, t, v, f)$ . Avec l'ensemble de ces dernières nous avons formé une base surnuméraire stable par l'action du groupe de covariance. Les composantes de  $H(f_1, f_2)$  sont les coefficients d'ondelette  $C(x, t, v, f) = \langle H, \Phi_{x, t, v, f} \rangle$ . Nous pouvons alors définir l'image cinématique :

$$I(x, t, v, f) \propto |C(x, t, v, f)|^2 \quad (15)$$

L'image ne dépend que du choix de l'ondelette mère. Le choix d'une ondelette optimale se pose à travers l'étude des relations d'incertitude auxquelles obéit la taille des réflecteurs élémentaires dans l'espace des phases. Exprimées dans les variables  $(x, t, v, f)$ , elles ne sont pas du tout triviales du fait des termes de couplages.

## APPLICATIONS DÉVELOPPÉES :

Un objet commode pour présenter nos résultats est un film numérique composé d'une séquence d'images dont les pixels sont rangés en position-vitesse avec l'intensité de gris ou de couleur codant la valeur  $I(x, t, v, f)$ . L'information de fréquence peut être ajoutée par la couleur (avec Rouge/Vert/Bleu codant trois fréquences par exemple) : un point brillant est donc dit blanc si toutes ses composantes fréquentielles réfléchissent, et coloré sinon.

## QUELQUES SIMULATIONS THÉORIQUES

Afin d'expérimenter notre méthode d'imagerie micro-onde, nous avons besoin de connaître les coefficients de rétrodiffusion de quelques cibles théoriques non stationnaires simples.

Une méthode similaire à celle développée par Salopek et Razavy [7] consiste à exprimer le champ électromagnétique à la surface de réflexion. Pour un miroir permanent situé à  $x(t)$  cela conduit à :

$$H(f_1, f_2) = \frac{2f_1}{f_1 + f_2} \int e^{-2i\pi((f_1 - f_2)t + (f_1 + f_2)x(t)/c)} dt \quad (16)$$

Pour un miroir scintillant situé à  $x_0$  avec une modulation de réflectivité en  $R(t)$  la même méthode



donne :

$$H(f_1, f_2) = \int R(t) e^{-2i\pi((f_1 - f_2)t + (f_1 + f_2)x_0/c)} dt \quad (17)$$

Sur ce modèle nous pouvons simuler  $H(f_1, f_2)$  pour plusieurs points brillants en mouvement avec des comportements non stationnaires variés en incluant de la scintillation et de la dispersion.

Le cas spécial  $H(f_1, f_2) = 1/\sqrt{f_1 f_2}$  peut être interprété comme un flash blanc localisé à l'origine de l'espace-temps avec une incertitude totale concernant sa vitesse.

Des simulations sur ordinateur ont confirmé les résultats connus sur les relations d'incertitude et le pouvoir de résolution.

#### APPLICATION À L'IMAGERIE POSITION-VITESSE :

Les études de cibles radar en laboratoire font généralement usage d'un radar cohérent monostatique. Dans une application typique, la cible tourne autour d'un axe fixe perpendiculaire à la ligne de mire du radar, et on ne considère pas la dépendance de polarisation. L'objet de la procédure d'imagerie est d'extraire l'information sur la localisation des principales parties réfléchissantes de la cible. Les données obtenues représentent un échantillonnage du coefficient complexe de rétrodiffusion pour différentes fréquences d'illumination et orientations angulaires de la cible à étudier :  $H(f_1, \theta)$

Si nous simulons une rotation virtuelle de la cible en posant  $\theta = \theta(t) = \Omega t$  on peut écrire :

$$H(f_1, f_2) = \int H(f_1, \Omega t) e^{-2i\pi(f_2 - f_1)t} dt \quad (18)$$

Nous calculons ensuite l'image cinématique  $I(x, t, v, f)$ . Pour chaque fréquence, nous obtenons des images position-vitesse à travers le temps (ou l'orientation angulaire, les deux étant liés). Mais de plus, nous savons que la vitesse est proportionnelle, du moins en champ lointain, à la résolution transverse, ce qui nous permet de considérer  $I(x, t, v, f)$  comme une image plus classique à deux dimensions  $I(x, \theta, y, f)$  de la cible réfléchissant la fréquence  $f$  dans la direction  $\theta$ . Ceci constitue une manière de relier l'imagerie dite "Range-Doppler" et celle "Range-Cross Range". Pour illustration, nous présentons, Figure 2, une maquette de missile vue par imagerie cinématique à différents moments de sa rotation et pour une fréquence moyenne de la bande d'analyse (8-18 GHz).

#### CONCLUSION

Nous avons posé les bases d'une nouvelle chaîne d'imagerie micro onde pour décrire des scènes instationnaires. Nous montrons que le traitement à opérer sur les données d'un nouveau coefficient de rétrodiffusion se ramène à une double analyse temps-fréquence basée sur le groupe affine et qu'il fournit une image riche de renseignement puisque rendant compte de comportements dynamiques variés tels des effets de scintillement ou des modulations de dispersion.

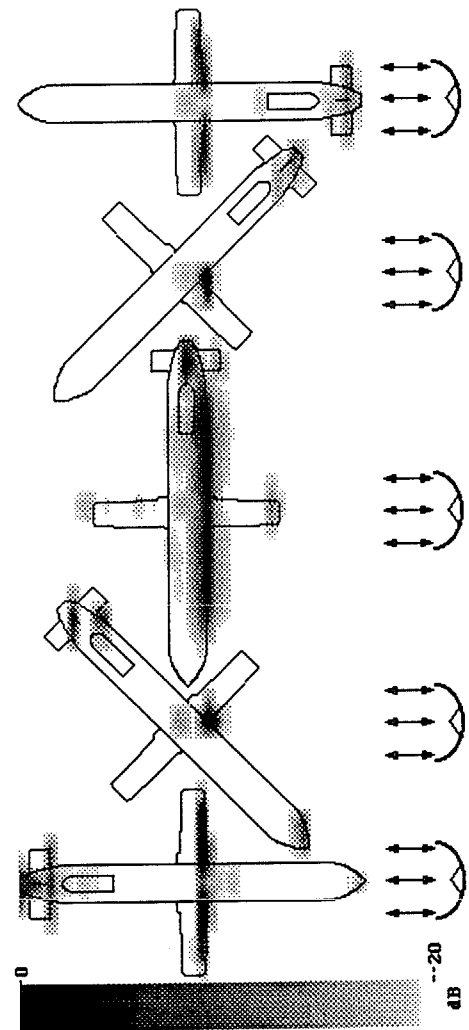


Figure 2, Images Position-Vitesse d'un objet en rotation (mesures ONERA DES/SMS)

#### RÉFÉRENCES :

1. D.A.Ausherman, A.Kozma, J.L.Walker, H.M.Jones and E.C.Poggio, "Developments in Radar Imaging", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, **20**, pp.363-398, (1984).
2. D.L.Mensa *High resolution radar imaging* Artech House, USA, 1981, ch.4.
3. J.Bertrand, P.Bertrand and J.Ovarlez, "Dimensionalized wavelet transform with application to Radar Imaging", Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing ICASSP-91 pp.2909-2912.
4. J.Bertrand and P.Bertrand, "Reflectivity study of time-varying radar targets", Proc. 6<sup>th</sup> European Signal Processing Conference. EUSIPCO-92 pp.1813-1816.
5. Voir des articles sur "optical flow" etc... Par exemple, L.Jacobson and H.Wechsler. "Derivation of optical flow using a spatio-temporal-frequency approach". Computer Vision, Graphics, and Image processing **38**, 29-65 (1987).
6. J.Bertrand and P.Bertrand, "Représentation Temps-Fréquence des signaux à large bande", La Recherche Aéronautique, 1985-5, p.277-283
7. M.Razavy and D.Salopek, "On the inverse problem of reflection from a moving boundary", Europhys.Lett., **2** (3), pp.161-165, (1986).