

UNE METHODE D'HYPER-RESOLUTION BASEE SUR LES FONCTIONS D'ONDE SPHEROIALES APPLIQUEE A L'IMAGERIE RADAR

I. LAKKIS, S. EL ASSAD & A. KHENCHAF

Laboratoire S2HF (Systèmes et Signaux Hautes Fréquences)
IRESTE La Chantrerie-CP-3003-44087 Nantes Cedex 03

RESUME

En imagerie radar doppler-distance, et sous les conditions de champ lointain, l'image de la cible est la transformée de Fourier 2-D du signal reçu. L'utilisation de cet algorithme conventionnel pour reconstruire l'image limite sérieusement les résolutions spatiales: la résolution dans le sens radial est déterminée par la largeur de bande des signaux émis et la résolution dans le sens transverse est déterminée par l'inverse de l'étendue du domaine d'observation dans cette même direction. A cause de ces limitations, l'image 2-D reconstruite par cet algorithme n'est pas toujours acceptable. Dans cet article, une méthode d'hyper-résolution (extrapolation) basée sur les fonctions d'onde sphéroïdales est présentée. Quelques résultats de simulations sont données.

ABSTRACT

In range-doppler radar imaging, and in the far-field conditions, the target image is the 2-D Fourier transform of the received signal. The uses of this conventional image reconstruction algorithm limitates the spatial resolutions: the range resolution is limited by the bandwidth of radar transmitted signals and the cross-range resolution is restricted by the size of inversely synthesized aperture from object rotation. Due to these limitations, the 2-D reconstructed image is unsatisfactory in many cases. In this paper, an hyper-resolution method (extrapolation) based on spheroidal wave functions is presented. Some computer simulation results are provided.

1. INTRODUCTION

Cet article traite de l'extrapolation et de l'estimation spectrale d'un signal à bande limitée.

La solution exacte du problème d'extrapolation d'un signal déterministe continu, supposé connu sur un intervalle fini de R , a été donnée par Slepian et al.[1]. Pour un signal déterministe discret, il est bien connu qu'un nombre fini d'échantillons est insuffisant pour fournir une reconstruction unique du signal. On choisit dans ce cas la *solution de norme minimale*, qui correspond à une version discrète de la solution continue exacte de Slepian et al. La dérivation de cette solution et son application à l'imagerie holographique 1-D fait l'objet du premier paragraphe.

Dans le deuxième paragraphe, on étudie le cas d'un signal discret bruité. Une estimation linéaire optimale au sens des moindres carrés du signal ainsi que l'expression du filtre d'extrapolation de Wiener sont données. Le choix du critère de moindres carrés est justifié par le fait que cette estimation converge vers la solution de norme minimale en absence de bruit.

Enfin, on étend cette solution au cas 2-D dans le but de l'appliquer au problème d'imagerie holographique 2-D. Quelques résultats de simulation sont présentés.

2. SIGNAUX DETERMINISTES

2.1. Position du problème

La géométrie 1-D d'un système d'imagerie holographique est illustrée sur la Fig. 1. Une antenne E/R située à l'origine illumine un objet 1-D de centre $R = R_0$, de longueur L et caractérisée par une densité de réflectivité complexe $I_0(R)$.

L'antenne émet un ensemble de N fréquences discrètes f_n qui s'étendent sur une largeur de bande B .

$$\begin{cases} f_n = f_0 + nFe & n = -M, \dots, 0, \dots, M \\ Fe = B/N & \text{avec } N = 2M + 1 \end{cases} \quad (1)$$

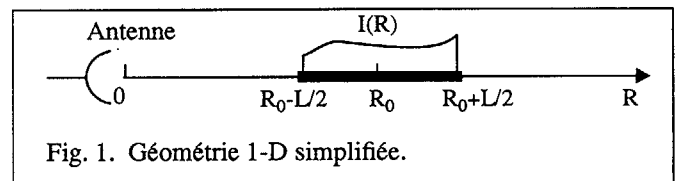


Fig. 1. Géométrie 1-D simplifiée.

Le signal reçu de tous les rétrodiffuseurs de la cible s'écrit après démodulation:

$$G(f_n) = \int_{(R_0-L/2)}^{(R_0+L/2)} I(R) e^{j\frac{4\pi}{c}f_n R} dR \quad (2)$$

En faisant le changement de variable $x = 2Fe(R - R_0)/c$, et en multipliant par $\exp[-j4\pi f_n(R_0/c)]$ on obtient le signal reçu mis sous une forme normalisée (à une constante près):

$$G(n) = \int_{-W/2}^{W/2} I(x) e^{j2\pi n x} dx \quad (3)$$

avec $I(x) = I_0(R) \exp[j2\pi f_0 \Delta \tau]$, $\Delta \tau = 2(R - R_0)/c$ et $W = 2(BL)/(cN)$. Une reconstruction parfaite de $I(x)$ est possible, en principe, si on possède suffisamment des données pour inverser (3). Cependant, le fait qu'on ne connaisse $G(f)$ que sur l'espace discret $n = -M, \dots, 0, \dots, M$ va limiter la résolution à $1/N$. Le problème se ramène alors à la résolution de l'équation intégrale de Fredholm (3) ou de l'équation équivalente:



$$G(n) = \int_{-\infty}^{\infty} H(v) \frac{\sin \pi W(n-v)}{\pi(n-v)} dv \quad (4)$$

où $H(f)$ est la transformée de Fourier de $I(x)$.

2.2. Solution du problème

Considérons le cas où $G(f)$ est un signal déterministe continu, qu'on suppose connu sur l'intervalle fini $[-M, M]$. L'algorithme de reconstruction (extrapolation) de ce signal sur R tout entier a été donné par Slepian et al.[1]. Cette reconstruction est exacte et unique. Elle est basée sur le développement en série de $G(f)$ sur une certaine base des fonctions spéciales appelées *fonctions d'onde sphéroïdales aplaties* (FOSA).

Considérons maintenant le cas où $G(n)$ est un signal déterministe discret. Il est bien connu qu'un nombre fini d'échantillons est insuffisant pour fournir une reconstruction unique du signal. On choisit dans ce cas la *solution de norme minimale* pour la simple raison qu'elle converge vers la solution continue de Slepian et al. quand le pas d'échantillonnage tend vers zéro.

Pour trouver cette solution, on va utiliser la méthode de la *décomposition en valeurs singulières* (DVS) des opérateurs [4]. Un opérateur sera désigné par un caractère gras, son domaine sera indiqué par ses arguments. Ainsi, $\mathbf{K}[n, f]$ est un opérateur de l'espace continu $f \in [-\infty, \infty]$ dans l'espace discret $n = -M, \dots, 0, \dots, M$. Son noyau sera noté $k(n, f)$. La relation (4) s'écrit alors

$$\mathbf{G}[n] = \mathbf{K}[n, f] \mathbf{H}[f] \quad (5)$$

où $\mathbf{G}[n]$ est le vecteur colonne de mesure et $\mathbf{K}[n, f]$ est l'opérateur ayant comme noyau:

$$k(n, f) = \frac{\sin \pi W(n-f)}{\pi(n-f)} \quad (6)$$

Le problème consiste à trouver un inverse de l'opérateur \mathbf{K} . L'opérateur inverse droite \mathbf{L}_d de \mathbf{K} , s'il existe, doit satisfaire la relation suivante:

$$\mathbf{K}[n, f] \mathbf{L}_d[f, m] = \mathbf{I}[n, m] \quad (7)$$

où \mathbf{I} est la matrice identité de dimension $N \times N$. Quand \mathbf{L}_d est trouvé, la solution à notre problème s'écrit alors:

$$\mathbf{H}[f] = \mathbf{L}_d[f, n] \mathbf{G}[f] \quad (8)$$

La DVS [4,5] est une technique permettant de construire l'opérateur inverse droite \mathbf{L}_d . Soit $\mathbf{K}_a[f, n]$ l'opérateur adjoint de $\mathbf{K}[n, f]$. Son noyau, défini par $K_a(f, n) = K^*(n, f)$, s'écrit:

$$K_a(f, n) = K(n, f) \quad (9)$$

La DVS consiste à chercher des solutions aux équations couplées suivantes, paramétrisées par λ

$$\mathbf{K}[n, f] \mathbf{U}[f] = \lambda \mathbf{V}[n] \quad (10)$$

$$\mathbf{K}_a[f, n] \mathbf{V}[n] = \lambda \mathbf{U}[f] \quad (11)$$

En substituant (11) dans (10) et (10) dans (11), on obtient

$$\begin{cases} \mathbf{K} \mathbf{K}_a[n, m] \mathbf{V}[m] = \lambda^2 \mathbf{V}[n] \\ \mathbf{K}_a \mathbf{K}[f, v] \mathbf{U}[v] = \lambda^2 \mathbf{U}[f] \end{cases} \quad (12)$$

Les éléments de $\mathbf{K} \mathbf{K}_a$ sont donnés par

$$\mathbf{K} \mathbf{K}_a(n, m) = \frac{\sin \pi W(n-m)}{\pi(n-m)} \quad (13)$$

Le système (12) montre que les λ^2 et les $\mathbf{V}[n]$ sont respectivement les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice $\mathbf{K} \mathbf{K}_a$. L'opérateur $\mathbf{K}_a \mathbf{K}$ a les mêmes valeurs propres λ^2 et comme fonctions propres les $\mathbf{U}[f]$. Dans la suite, on va citer les propriétés des opérateurs $\mathbf{K} \mathbf{K}_a$ et $\mathbf{K}_a \mathbf{K}$.

- 1- $\mathbf{K} \mathbf{K}_a$ est une matrice réelle, symétrique de structure Toeplitz et de dimension fini $N \times N$.
- 2- les valeurs propres λ_p^2 sont toutes positives et comprises entre 0 et 1. λ_p^2 représente la concentration de l'énergie de $U_p[f]$ dans l'intervalle $[-M, M]$.
- 3- Les suites $V_p(n)$, appelées *suites sphéroïdales discrètes aplaties* (SSDA), forment un ensemble orthonormal complet.
- 4- les fonctions $U_p[f]$ peuvent être générées à partir de (11):

$$U_p(f) = \frac{1}{\lambda_p} \sum_{n=-M}^M V_p(n) \frac{\sin \pi W(f-n)}{\pi(f-n)} \quad (14)$$

La DVS du noyau $K(n, f)$ de l'opérateur \mathbf{K} s'écrit:

$$K(n, f) = \sum_{p=-M}^M V_p(n) \lambda_p U_p(f) \quad (15)$$

On déduit l'expression du noyau $L_d(f, n)$ de l'opérateur inverse droite \mathbf{L}_d :

$$L_d(f, n) = \sum_{p=-M}^M U_p(f) \lambda_p^{-1} V_p(n) \quad (16)$$

En substituant (16) dans (8) on obtient la solution suivante:

$$H(f) = \sum_{p=-M}^M L_d(f, n) G(n) = \sum_{p=-M}^M a_p U_p(f) \quad (17)$$

où les coefficients a_p sont donnés par:

$$a_p = \lambda_p^{-1} \sum_{n=-M}^M V_p(n) G(n) \quad (18)$$

On note que:

- 1- les premières suites $U_p(f)$ au nombre de $N \times W - 1$ ont leur maximum d'énergie dans l'intervalle $[-M, M]$. Elles sont utilisées pour une interpolation optimale du signal à bande limitée.
- 2- quand p augmente avec $p > N \times W - 1$, $\lambda_p \rightarrow 0$ et l'énergie de la fonction correspondante se déplace à l'extérieur de l'intervalle $[-M, M]$. Ce sont ces $U_p(f)$, associées aux faibles valeurs propres, qui sont responsables de l'extrapolation des données et par suite de la haute résolution dans l'autre domaine.

En pratique, on désire extrapoler les données sur un intervalle $-Mex, \dots, 0, \dots, Mex$ plus long que l'intervalle de mesure, i.e., $Mex > M$. A partir de (17) on déduit la relation matricielle suivante:

$$\begin{cases} \mathbf{H} = \mathbf{R} \mathbf{G} \\ \mathbf{R} = \mathbf{S}^T (\mathbf{K} \mathbf{K}_a)^{-1} \end{cases} \quad (19)$$

où \mathbf{H} est le vecteur inconnu de dimension $N_{ex} = 2Mex + 1$ et \mathbf{S} est une matrice de dimension $N_{ex} \times N$ définie par:

$$S_{nm} = \frac{\sin \pi W(n-m)}{\pi(n-m)} \quad \begin{matrix} n = -Mex, \dots, 0, \dots, Mex \\ m = -M, \dots, 0, \dots, M \end{matrix} \quad (20)$$

L'opérateur inverse \mathbf{R} est de dimension $N_{ex} \times N$ et s'appelle *matrice d'extrapolation idéale*. Dans le cas d'un ensemble de signaux de même dimension tel qu'en imagerie radar, il suffit de calculer la matrice d'extrapolation une fois pour toute pour l'appliquer ensuite à l'ensemble de signaux.

3. SIGNAUX BRUTES

3.1. Position du problème

Considérons maintenant le cas où le signal $G(n)$ est affecté d'un bruit $N(n)$:

$$\begin{cases} \mathbf{G}_b = \mathbf{G} + \mathbf{N} \\ \mathbf{G} = \mathbf{K}\mathbf{H} \end{cases} \quad (21)$$

On cherche dans ce cas à estimer la fonction $H(f)$ à partir du vecteur d'observation \mathbf{G}_b . En utilisant la relation (17) pour reconstruire notre signal, on obtient:

$$H(f) = \sum_{p=-M}^M c_p U_p(f) \quad c_p = a_p + b_p \quad (22)$$

Les coefficients b_p sont dûs au bruit et sont donnés par:

$$b_p = \lambda_p^{-1} \sum_{n=-M}^M V_p(n) N(n) \quad (23)$$

Cette dernière équation met en évidence l'amplification provoquée par le bruit pour les faibles λ_p . Pour lutter contre cet effet, on peut se contenter des premières SSDA correspondantes aux grandes valeurs propres au nombre de $NW - 1$. Cependant, ce sont les dernières SSDA associées aux petites valeurs propres qui sont indispensables pour l'extrapolation.

3.2. Solution du problème

En absence de bruit, le critère de moindres carrés avec une norme minimale (MCNM) est utilisé. En présence de bruit, on va aussi chercher l'opérateur linéaire inverse optimale \mathbf{R} au sens de moindres carrés.

$$\mathbf{H}_e = \mathbf{R}\mathbf{G}_b \quad (24)$$

Ce choix peut être justifié par le fait que la solution (24) converge vers la solution optimale (19) en absence de bruit. Le problème se pose donc comme suit: chercher l'opérateur linéaire \mathbf{R} qui minimise l'erreur quadratique moyenne suivante:

$$\mathbf{e} \equiv \mathbf{E} [(\mathbf{H}_e - \mathbf{H})^\dagger (\mathbf{H}_e - \mathbf{H})] \quad (25)$$

(\dagger : conjugué et transposé). En posant:

$$\begin{cases} \mathbf{C}_G = \mathbf{E} [\mathbf{G}_b \mathbf{G}_b^\dagger] & \mathbf{C}_H = \mathbf{E} [\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger] \\ \mathbf{C}_N = \mathbf{E} [\mathbf{N}\mathbf{N}^\dagger] & \mathbf{C}_{HN} = \mathbf{E} [\mathbf{G}\mathbf{N}^\dagger] = 0 \end{cases} \quad (26)$$

on obtient:

$$\mathbf{R} = \mathbf{C}_H \mathbf{K}_a [\mathbf{K}_H \mathbf{K}_a + \mathbf{C}_N]^{-1} \quad (27)$$

Notons que l'opérateur à inverser dans cette dernière relation n'est que la matrice d'autocorrélation du vecteur d'observation:

$$\mathbf{C}_G = \mathbf{K} \mathbf{C}_H \mathbf{K}_a + \mathbf{C}_N \quad (28)$$

Cette matrice peut être calculée comme suit:

$$\begin{cases} C_G(m, n) = c(m - n) \\ c(n) = G_b(n) \otimes G_b^*(-n) \end{cases} \quad m, n = -M, \dots, 0, \dots, M \quad (29)$$

où $c(n)$ est la fonction d'autocorrélation de $G_b(n)$. La relation (27) nécessite la connaissance de la fonction d'autocorrélation du signal $H(f)$. Ce dernier étant inconnu, par suite sa fonction d'autocorrélation est elle même inconnue. Dans la littérature [4,5] on suppose que $H(f)$ est un processus aléatoire gaussien ayant comme fonction d'autocorrélation:

$$E [H(f) H(v)] = \sigma_H^2 \frac{\sin \pi W (f - v)}{\pi W (f - v)} \quad (30)$$

et on suppose aussi que le bruit $N(n)$ est blanc gaussien ayant comme matrice d'autocorrélation:

$$\mathbf{C}_N = \sigma_N^2 \mathbf{I} \quad (31)$$

Dans ce cas, l'équation (27) se réduit à:

$$\mathbf{R} = \mathbf{K}_a [\mathbf{K} \mathbf{K}_a + (\sigma_H^2 / \sigma_N^2) \mathbf{I}]^{-1} \quad (32)$$

La matrice \mathbf{R} ainsi obtenue s'appelle *matrice d'extrapolation de moindres carrés* et on reconnaît dans cette matrice l'expression du *filtre de Wiener* classique. Notons que le terme $(\sigma_H^2 / \sigma_N^2) \mathbf{I}$ remédie le mauvais conditionnement de la matrice $\mathbf{K} \mathbf{K}_a$. En utilisant (37), la solution obtenue peut être interprétée au moyen des SSDA comme suit:

$$H(f) = \sum_{p=-M}^M \frac{c_p}{1 + \sigma_H^2 / \sigma_N^2} U_p(f) \quad c_p = \lambda_p^{-1} \sum_{n=-M}^M V_p(n) G(n) \quad (33)$$

En effet, la matrice $\mathbf{K} \mathbf{K}_a + (\sigma_H^2 / \sigma_N^2) \mathbf{I}$ a les mêmes vecteurs propres que $\mathbf{K} \mathbf{K}_a$ et comme valeurs propres $\lambda_p^2 + \sigma_H^2 / \sigma_N^2$ d'où (33). L'hypothèse (30) faite sur la fonction d'autocorrélation de $H(f)$ est restrictive dans la pratique et il sera préférable de pouvoir estimer le terme $\mathbf{C}_H \mathbf{K}_a$ qui apparait dans la relation (27). La relation (28) nous permet d'écrire:

$$\mathbf{K} (\mathbf{C}_H \mathbf{K}_a) = \mathbf{C}_G - \mathbf{C}_N \quad (34)$$

On peut alors estimer $\mathbf{C}_H \mathbf{K}_a$ en utilisant le critère de moindres carrés pour obtenir:

$$\mathbf{C}_H \mathbf{K}_a = \mathbf{K}_a (\mathbf{K} \mathbf{K}_a)^{-1} (\mathbf{C}_G - \mathbf{C}_N) \quad (35)$$

Ceci peut être justifié comme suit: en substituant (35) dans (37) on retrouve la matrice d'extrapolation optimale de (19) en absence de bruit

2.3. Exemple d'application.

Considérons une cible 1-D formée de deux points brillants situées respectivement à des distances 51 m et 51.26 m et ayant un coefficient de rétrodiffusion égal à l'unité. La distance radar-centre de la cible étant de 50 m, la bande de fréquence étant de 81 MHz et $N = 19$. Le signal reçu s'écrit:

$$G(n) = e^{j2\pi n(0,038)} + e^{j2\pi n(0,030)} + N(n) \quad (36)$$

$N(n)$ étant un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance $\sigma_N^2 = 0,0256$. Le rapport signal sur bruit (SSB), est égal à 13 db. Fig. 2. montre la partie imaginaire des données. Fig. 3 montre la partie imaginaire du signal exact et de l'estimé extrapolé à 285 échantillons. Figures. 4. et 5. montrent l'image exacte de la cible et l'image estimée.

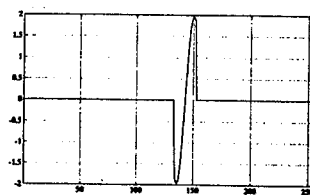


Fig. 2. Partie imaginaire des données.

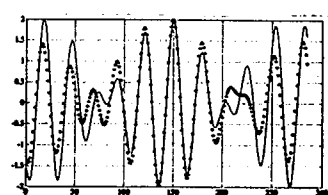


Fig.3. Parties imaginaires exacte et estimée.

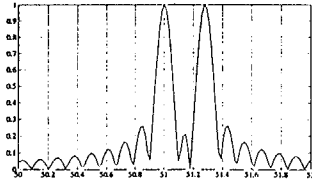


Fig. 4. Image exacte.

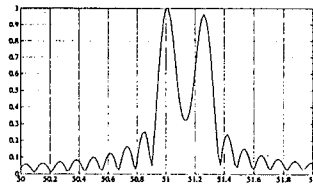


Fig. 5. Image estimée.

4. EXTENSION A DEUX DIMENSIONS

4.1. Position du problème

Fig. 6. montre la géométrie d'un système d'imagerie holographique 2-D. Pour un angle de visée θ_n , le radar émet N fréquences discrètes f_n et la réponse à chaque fréquence est reçu et stoqué. L'expérience est répétée pour chaque $\theta_n = n\Delta\theta/N$ avec $n = -M, \dots, 0, \dots, M$. Le signal 2-D reçu s'écrit après démodulation:

$$G(f_n, \theta_m) = \iint I_0(x, y) e^{j\frac{4\pi}{c} R(x, y) f_n} dx dy \quad (37)$$

Dans la condition du champ lointain et pour un petit $\Delta\theta$ ($\Delta\theta \ll \sqrt{\lambda_0}/(2L)$) on utilise l'approximation suivante:

$$R(x, y) \approx R_0 + x \cos \theta + y \sin \theta \approx R_0 + x + y\theta \quad (38)$$

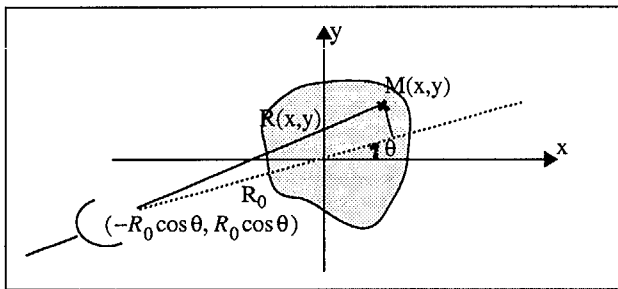


Fig. 6. Configuration géométrique

En faisant le changement de variable $u = (2xFe)/c$ et $v = (2fy\Delta\theta)/(cN)$ et en multipliant par $\exp[-j4\pi R_0 f_n/c]$ on obtient le signal reçu normalisée suivant:

$$G(n, m) = \int_{-W/2}^{W/2} \int_{-W/2}^{W/2} I(u, v) e^{j2\pi(nu + mv)} dudv \quad (39)$$

avec $I(u, v) = I_0(x, y) \exp[j4\pi f_0 x/c]$. En posant $H(f_u, f_v)$ la transformée de Fourier de $I(u, v)$, l'éq. (39) s'écrit:

$$G(n, m) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(X, Y) \frac{\sin \pi W(n-X)}{\pi(n-X)} \frac{\sin \pi W(m-Y)}{\pi(m-Y)} dXdY \quad (40)$$

En discrétisant cette dernière équation, le problème d'extrapolation 2-D peut être formulé comme suit: Soit G la matrice d'observations de dimension $N_x \times N$ et H la matrice à bande limitée de dimension $N_{ex} \times N_{ex}$. Ces deux matrices sont liées par l'opérateur S défini auparavant par:

$$G = SHS^T \quad (41)$$

Soient g et h les vecteurs obtenus à partir des matrices G et H par transposition de ses lignes. Cette dernière relation peut être réécrite comme suit:

$$\begin{cases} g = Qh + n \\ Q = S \otimes S \end{cases} \quad (42)$$

où \otimes est le produit de Kronecker de deux matrices [5,7].

4.3. Algorithmes d'extrapolation 2-D

La solution à notre problème est:

$$h = Rg \quad (43)$$

Le filtre d'extrapolation R s'obtient facilement à partir de (19) et (27) comme suit:

1- filtre d'extrapolation (cas sans bruit)

$$R = Q(KKa)^{-1} \quad (44)$$

2- filtre d'extrapolation de moindres carrés

$$R = C_g K_a [KC_h K_a + C_n]^{-1} \quad (45)$$

où C_g , C_h et C_n sont respectivement les matrices d'autocorrélation de g , h et n .

4.4. Exemple d'application.

Reprenons l'exemple précédent en imposant deux points brillants de coefficient de rétrodiffusion d'unité et de coordonnées (52 m, 0 m) et (0 m, 2 m).

Figures 7 et 8 montrent l'image obtenue par transformée de Fourier des mesures et l'image estimée à partir de (43,45).

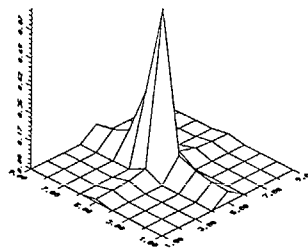


Fig. 7. Image obtenue par l'algorithme conventionnel.

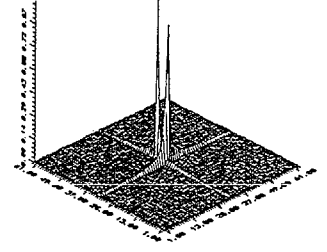


Fig. 8. Image estimée.

5. CONCLUSION

Dans cet article, on a étudié le problème d'extrapolation des signaux à bande limitée appliquée à l'imagerie radar. Le critère de MCNM a été adopté dans le cas d'un signal contaminé par un bruit additif. Ceci est une extension naturelle du cas idéal traité par Slepian et al. La solution ainsi obtenue nécessite la connaissance a priori de la matrice de covariance du signal inconnu. Cette dernière peut être estimée en utilisant à nouveau le critère de moindres carrés. Les algorithmes d'extrapolation 1-D sont étendus au cas 2-D en utilisant les produits de Kronecker et sont appliqués à l'imagerie holographique. Les résultats de simulation montrent l'hyper-résolution obtenue et l'efficacité de ces algorithmes.

6. REFERENCES

- [1] D. Slepian and H. O. Pollak, BST. J., v. 40, No. 1, 1961.
- [2] D. Slepian, BST. J., v. 43, No. 6, 1964.
- [3] A. Papoulis, IEEE Tr. CS, v. 22, 1975.
- [4] D. Wingham, IEEE Tr. ASSP, 1992, v. 40, No. 3.
- [5] A. Jain & S. Ranganath, IEEE Tr. ASSP, v. 29, 1981.
- [6] A. Khenchaf, Thèse de l'université de Nantes, 1992.
- [7] B. Sullivan & B. Liu, IEEE Tr. ASSP, v. 32, No. 6., 1984.
- [8] S. Luttrell, Opt. Acta, v. 32, 1985.