

THT et Transformation de Hough pour la détection de modulations linéaires de fréquence

Jean-Christophe CEXUS¹, Abdel-Ouahab BOUDRAA^{1,2}, Abdelkhalek BOUCHIKHI^{1,2}

¹ENSIETA/E3I2-EA3876

2, rue François Verny, 29806 Brest cedex 9 - France

²Ecole Navale/IRENav-EA3634,

Lanvéoc-Poulmic, BP 600, Brest-Armées 29240, France

cexusje@ensieta.fr, {boudra,bouchikhi}@ecole-navale.fr

Résumé – Dans cet article on s'intéresse à la détection des modulations linéaires de fréquence d'un signal multi-composante. Cette approche combine la Transformation de Huang-Teager (THT) et la Transformation de Hough (TH). Cette nouvelle méthode est appelée Transformation de Huang-Teager-Hough : THHT. On montre qu'il est possible de détecter et de localiser des Fréquences Instantanées (FI) à modulation linéaire en utilisant successivement la THT [1] associée à la TH [2]. Cette détection temps-fréquence ne nécessite aucune connaissance a priori sur la structure du signal non-stationnaire. On compare la THHT à une approche classique basée sur la distribution de la Pseudo-Wigner-Ville Lissée et la TH (PWVL-TH). On montre les limitations de la PWVL-TH par rapport à la THHT sur deux signaux multi-composante.

Abstract – In this paper a new method for LFM signals detection in the time-frequency plane using the Teager-Huang Transform (THT) is proposed. Time-frequency representation is viewed as an image where image processing techniques are applied to detect frequency patterns of interest. THT is used in conjunction with Hough Transform (TH) called THT-HT (THHT) where the output is a time-frequency representation free of cross-terms. THHT is applied to signals composed of LFM and the results compared to smoothed Wigner-Ville Distribution-HT. The obtained results show that THHT has good performance in terms of detection and estimation compared to WVD based methods.

1 Introduction

L'objectif de l'analyse Temps-Fréquence (TF) est de caractériser temporellement l'évolution du contenu spectral d'un signal non-stationnaire [3]. Dans de nombreux domaines tels que la sismique, radar, sonar, les signaux étudiés sont connus pour être non-stationnaires. Une caractéristique importante de ces signaux est donnée par la Fréquence Instantanée (FI), qui représente les variations spectrales en fonction du temps [3]. Ainsi par exemple dans le cadre de la détection radar, les signaux étudiés peuvent contenir l'écho de la cible et les perturbations dues à l'environnement. Si le signal d'émission est composé d'un chirp à modulation de fréquence linéaire (MFL) alors l'écho de la cible peut être estimé comme un signal MFL. La détection de la cible radar revient alors à détecter un signal MFL dans un bruit de fond. De manière synthétique, l'analyse TF repose sur la division du domaine temporel en une série d'intervalles pouvant se chevaucher, puis la fréquence de chacun des intervalles est estimée. Une limite des transformations TF, est que le pavage rectangulaire ainsi obtenu ne correspond pas nécessairement à la forme de nombreux signaux [3]. D'autre part, une autre limite de ces approches est que les fonctions de base (comme l'analyse de Fourier ou les décompositions en ondelettes) sont fixées au préalable, et ne reflètent pas nécessairement les caractéristiques des signaux [3, 4]. Ainsi l'analyse est conduite avec une base de décomposition indépendante du signal. Certes les distributions TF (Wigner-Ville...) fournissent plus d'informations en termes de répartitions des fréquences en fonction du temps que la transformée de Fourier, cependant l'interprétation de ces représentations n'est pas toujours facile en particulier pour des signaux bruités et multi-composante. L'objectif de ces méthodes est de décrire le contenu fréquen-

tiel variant dans le temps. Ainsi la FI permet bien de décrire un signal non-stationnaire (à condition que celui-ci soit mono-composante). Cette grandeur est définie comme la dérivé première de la phase instantanée du signal. La méthode la plus courante pour estimer la FI d'un signal repose sur la Transformée de Hilbert (H_bT) et le signal analytique [3]. Cependant, pour que la FI soit une grandeur physiquement interprétable, il est nécessaire que le signal soit d'une part mono-composante et aussi de moyenne nulle [3, 5].

Récemment, Huang *et al.* [4] ont proposé une classe de fonctions oscillantes appelée fonctions modes empiriques (pour Intrinsic Mode Functions (IMFs)). Les IMF sont extraites du signal en utilisant une procédure appelée Empirical Mode Decomposition (EMD) ou Transformée de Huang [4]. Les caractéristiques intéressantes d'une IMF sont que d'une part elle est mono-composante et que d'autre part elle est de moyenne nulle. Il est ainsi possible, pour chaque IMF, d'estimer la FI et l'Amplitude Instantanée (AI). Afin d'estimer ces deux grandeurs, l'approche proposée initialement par Huang *et al.* repose sur la H_bT [4]. Maragos *et al.* [5, 6] propose une approche basée sur l'opérateur d'énergie de Teager-Kaiser (OETK) afin d'estimer la FI et AI d'un signal mono-composante. Dans le présent travail, l'EMD utilisée conjointement avec l'OETK pour estimer la FI et la AI d'un signal multi-composantes est appelée Transformée de Huang-Teager (THT) [1].

Nous proposons ainsi d'étudier une nouvelle approche de détection et de localisation des MFL présentent dans un signal. La méthode consiste par estimer les FIs à l'aide de la THT suivi par la détection des fréquences linéaires en utilisant la Transformée de Hough (TH). La représentation TF (RTF) obtenue est vue comme une image où des segments de droites caracté-

téristiques d'une MFL peuvent être détectés. Le principe de la TH repose essentiellement sur la projection des points de l'image dans un nouveau espace (espace de Hough ou espace des paramètres) dans lequel les caractéristiques géométriques de la forme recherchée sont mises en avant [2]. La combinaison de le THT et de la TH est appelée : Transformée de Huang-Teager-Hough (THHT).

2 Décomposition Modale Empirique

L'EMD repose sur la décomposition adaptative du signal, $x(t)$, en une série de composantes oscillantes, les IMF [4]. La décomposition décrit localement le signal comme une succession de contributions d'oscillations rapides (hautes fréquences) sur des oscillations plus lentes (basses fréquences). Ainsi, chaque IMF contient localement les oscillations de plus basse fréquence que celle extraite précédemment. En outre contrairement aux ondelettes, l'EMD n'emploie aucun filtre ou fonction prédéterminé. C'est une méthode entièrement pilotée par les données. L'EMD n'a pas de base théorique mais est uniquement définie par un algorithme dit de tamisage (sifting) [4]. Le signal $x(t)$ ainsi décomposé s'écrit :

$$x(t) = \sum_{j=1}^N IMF_j(t) + r_N(t), \quad (N \in \mathbb{N}^*), \quad (1)$$

avec $IMF_j(t)$, $j \in \{1, \dots, N\}$ l'ensemble des IMF, $r_N(t)$ le résidu et N le nombre d'IMF [4]. L'EMD décompose un signal $x(t)$ en une somme d'IMF, chacune des composantes pouvant être considérée comme un niveau d'échelle (de détails) distinct les uns des autres [4]. Cette notion d'échelle est locale et la décomposition est non linéaire. L'EMD peut être vue comme une approche de type ondelettes dont les bancs de filtres sont implicites et localisés à l'instant t de la décomposition. Chaque IMF décrit localement le signal $x(t)$ comme un niveau d'échelle et dans une "bande de fréquences" précise [7, 8].

3 Opérateur de Teager-Kaiser

Une approche alternative à la H_bT pour estimer l'AI et la FI d'un signal a été développée par Maragos *et al.* [6] à partir de l'OETK, $\Psi[\cdot]$. Pour un signal $x(t)$ à valeurs réelles, $\Psi[\cdot]$ est défini par [6] :

$$\Psi[x(t)] = [\dot{x}(t)]^2 - x(t)\ddot{x}(t), \quad (2)$$

où $\dot{x}(t)$ et $\ddot{x}(t)$ correspondent respectivement à la dérivée première et seconde de $x(t)$. Dans le cas discret, et en fonction de la forme de discrétisation choisie pour l'opérateur de dérivation, différentes formules de $\Psi[\cdot]$ peuvent être obtenues [6]. Ici, nous ne considérons qu'un seul cas, à savoir les différences finies du premier ordre à gauche [6] :

$$\Psi(x[n]) = x^2[n] - x[n+1] \cdot x[n-1], \quad (3)$$

Un des aspect important de OETK est qu'il est quasi instantané. En effet, il nécessite que trois échantillons pour calculer l'énergie à un seul instant. Cette excellente résolution en temps, nous permet alors de capturer finement les fluctuations d'énergie présent dans le signal. L'estimation de la FI et AI d'un signal est basée sur l'algorithme de démodulation de Maragos *et al.* ESA (pour Energy Separation Algorithm) [6]. Il est basé sur l'opérateur $\Psi[\cdot]$ et permet de séparer l'AI $|a(t)|$ et la FI $f(t)$ d'un signal $x(t)$ AM-FM mono-composante [6] :

$$f(t) \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Psi[\dot{x}(t)]}{\Psi[x(t)]}}, \quad |a(t)| \approx \frac{\Psi[x(t)]}{\sqrt{\Psi[\dot{x}(t)]}}; \quad (4)$$

La forme discrète, appelée $DESA_1$, s'écrit comme suit [6] :

$$\widetilde{FI}(n) = \arccos \left(1 - \frac{(\Psi[y_n] + \Psi[y_{n+1}])}{4(\Psi[x_n])} \right), \quad (5)$$

$$\widetilde{AI}(n) = \sqrt{\frac{(\Psi[x_n])}{1 - \left(1 - \frac{(\Psi[y_n] + \Psi[y_{n+1}])}{4(\Psi[x_n])} \right)}}, \quad (6)$$

avec $y[n] = x_n - x_{n-1}$. Pour un signal multi-composante, l'estimation de la FI via (5) impose les mêmes contraintes que celles avec la H_bT [3, 5, 6]. Alors que la H_bT repose sur un opérateur intégral linéaire ce qui nécessite de connaître entièrement le support du signal pour son évaluation. Comparativement l'approche par OETK emploie un opérateur différentiel non-linéaire qui ne nécessite pas la connaissance du support entier du signal mais uniquement trois échantillons [5, 6]. Ainsi l'OETK permet d'obtenir une bonne approximation de la FI avec une complexité calculatoire faible mais cette méthode reste limitée à des signaux à bande étroite. Cependant l'un des inconvénients de cet opérateur est sa sensibilité au bruit de variance importante [5, 6].

4 THT et Transformée de Hough

4.1 Transformée de Huang-Teager : THT

L'EMD est utilisé conjointement avec l'OETK pour estimer les grandeurs instantanées d'un signal : THT. L'EMD décompose le signal en IMF et les grandeurs FI et AI de chaque IMF sont estimées en utilisant l'OETK. Si $x(t)$ est un signal à plusieurs composantes AM-FM, alors un filtrage passe-bande est nécessaire pour isoler chaque composante avant d'appliquer l'ESA. Ainsi, l'EMD est vue comme un filtrage *multi-bandes* pour séparer les différentes *mono-composante* de $x(t)$ dans le domaine temporel et par conséquent pour le décrire en plusieurs composantes AM-FM. La représentation conjointes des FI et des AI donne une RTF. L'originalité de cette analyse TF par THT est d'appréhender la démodulation de signaux multi-composante en utilisant conjointement deux approches non-linéaires : l'EMD [4] pour estimer les IMF du signal, et démodulation des différentes composantes (IMF) en estimant FI et AI à l'aide de l'OETK [6]. Chaque IMF est considérée comme étant un signal AM-FM [1, 4].

4.2 Transformée de Hough : TH

la TH [2] est une méthode permettant de détecter des courbes géométriques [9, 10, 11]. Elle est essentiellement utilisée pour identifier des droites mais moyennant quelques modifications il est possible de reconnaître n'importe quelle forme. Le principe est d'accumuler des évidences sur l'existence d'une forme particulière ici une droite. Si l'on considère l'équation cartésienne $y = ax + b$, il s'avère que cette formulation est généralement maladroite [11], car elle présente l'inconvénient que les coefficients a et b peuvent tendre vers l'infini (ainsi si la droite est verticale a tends vers l'infini). Aussi pour des raisons de calcul, il est préférable de paramétrer l'équation d'une droite avec les paramètres ρ et θ [11] :

$$\rho = x_i \cdot \cos\theta + y_i \cdot \sin\theta. \quad (7)$$

avec θ l'angle de la direction perpendiculaire à la droite et ρ la distance à l'origine. Ainsi dans ce cas, tout pixel (x_i, y_i) d'une image donne naissance à un faisceau de droites paramétrées par ρ et θ selon l'équation polaire (7) dans l'espace des paramètres (ou paramètres d'accumulations). C'est l'accumulation, issue de tous les faisceaux associés à une même portion de droite, qui va aboutir à un maximum caractéristique de la droite étudiée. Pour chaque point (x_i, y_i) d'une image, la TH associe une sinuséide dans le nouveau plan (ρ, θ) , dont les points ont une amplitude égale à l'intensité du pixel (x_i, y_i) . Si ces points forment une ligne droite, les sinuséides se rencontrent à un point dont les coordonnées polaire (ρ, θ) donnent les paramètres correspondant à la ligne. Ainsi, la détection des lignes droites dans une image est équivalente à détecter les maxima dans l'espace image obtenue par TH [9, 10, 11].

4.3 Transformée Huang-Teager-Hough : THHT

Différentes méthodes ont été proposées pour l'identification des MFL dans le plan TF [12, 13, 14, 15, 16, 17]. La combinaison d'une TFR et la TH a été présentée initialement par [12]. Cette méthode d'identification utilise la distribution de Wigner-Ville (DWV) comme RTF. La DWV concentre idéalement les chirps linéaires dans le plan TF [3, 16, 17]. D'autres approches ont été proposées en combinant la TH avec d'autres RTF [15, 18]. En général, le problème d'identification d'un tel signal (chirp linéaire), qui n'est pas une chose facile dans le domaine temporel ou fréquentiel, est ramené à un problème de détection de droite dans une image TF. Ainsi l'application de la TH dans le plan TF permet d'obtenir les caractéristiques de la MFL du signal dans l'espace de Hough. Les coordonnées polaires (ρ, θ) déduites de l'espace de Hough sont directement liées aux paramètres de la droite présente dans l'image TF et donc à la loi de variation de la MFL. Bien que l'approche soit intéressante, une estimation précise des paramètres de la MFL n'est pas aisée en raison des interférences présentes dans la RTF [3, 15, 17].

Dans ce travail, nous proposons une nouvelle approche permettant de détecter des droites dans un plan TF obtenue par THT. Ainsi, l'image TF est traitée comme une image, où l'intensité d'un pixel correspond à l'énergie présente à un instant donné et pour une fréquence précise. L'avantage de cette approche réside essentiellement dans le fait que la THT ne présente pas de termes d'interférences dans le plan TF [1] au contraire des distributions de la classe de Cohen [3]). La combinaison de la TH et de la THT est appelée Transformée de Huang-Teager-Hough (THHT) (Fig. 1).

5 Resultats

La THHT est illustrée par deux signaux multi-composante $x_1(t)$ et $x_2(t)$ (Figs. 2(a) et 2(b)). Les PWVL et THT associées sont données respectivement par les figures (2(e), 2(c)) pour le signal $x_1(t)$ et figures (2(f), 2(d)) pour le signal $x_2(t)$. Alors que les différentes composantes sont difficilement identifiables en temps ou en fréquence (Figs. 2(a) et 2(b)), celles-ci le sont plus facilement sur les images des deux méthodes. Dans le cas d'un signal multi-composante, les interférences apparais-

sent avec les RTF de la classe de Cohen comme la WV ou PWVL. Sur les figures (2(e)) et (2(f)), le lissage en temps et en fréquence de la PWVL a permis de réduire considérablement les interférences, mais au détriment de la résolution en temps et en fréquence [3]. Ainsi, la modulation de fréquence sinuséide de $x_2(t)$ est représentée comme étant une modulation de fréquence linéaire (Fig. 2(f)). La présence des interférences rend alors l'identification des FI linéaires difficile voir impossible (Fig. 2(j)). En comparaison, la THT permet de mieux localiser visuellement les FI sans interférences tout en conservant une bonne résolution en temps et en fréquence (Figs. 2(c) et 2(d)). L'application de la TH sur la THT permet alors de détecter et de localiser correctement l'ensemble des chirps linéaires (Figs. 2(g) et 2(h)).

6 Conclusions

Dans cet article, une nouvelle méthode de détection des signaux MFL, appelée THHT, est proposée. La méthode est illustrée sur deux signaux multi-composantes. Les résultats sont comparés avec la DWV-TH. Ces résultats montrent que les THHT identifie les FI linéaires au contraire de la DWV-TH. Cela s'explique aisément par l'absence d'interférences dans le plan TF obtenu à l'aide de la THT. L'absence d'interférence permet alors à la TH de mieux localiser les MFL constituants le signal non-stationnaire. La THHT est facile à mettre en œuvre et ne nécessite pas de connaissance préalable sur le signal. Bien évidemment, un plus grand nombre de signaux sont nécessaires pour confirmer les résultats obtenus. D'autre part, d'autres études sont nécessaires comme par exemple étudier la robustesse de l'approche en présence de bruit.

References

- [1] J.-C. Cexus et A.O. Boudraa, "Nonstationary signals analysis by Teager-Huang Transform (THT)," *EUSIPCO 2006*, 5 pages, Florence, Italy, September, 2006.
- [2] P. Hough, "Method and means for recognizing complex patterns," *US Patent n° 3069654*, 1962.
- [3] B. Boashash, *Time-Frequency Signal Analysis and Processing: A Comprehensive Reference*. Elsevier, 2003.
- [4] N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shin, Q. Zheng, N.C. Yen, C.C. Tung et H.H. Liu, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," *Proc. Royal Soc. London A*, vol. 454, pp. 903-995, 1998.
- [5] A. Potamianos et P. Maragos, "A comparison of the energy operator and Hilbert transform approach to signal and speech demodulation," *Sig. Proc.*, vol. 37, pp. 95-120, 1994.
- [6] P. Maragos, J.F. Kaiser et T.F. Quatieri, "Energy separation in signal modulation to speech analysis," *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 41, pp. 3024-3051, 1993.
- [7] P. Flandrin, G. Rilling et P. Gonçalvès, "Empirical Mode Decomposition as a Filter Bank," *Sig. Process. Lett.*, vol. 11, no. 2, pp. 112-114, 2004.
- [8] G. Rilling, P. Flandrin et P. Gonçalvès, "On Empirical Mode Decomposition and its Algorithms," *IEEE-URASIP, NSIP '03*, Grado (I), 2003.

- [9] J. Illingworth et J. Kittler, "A survey of the Hough transform," *CVGIP*, vol. 44, no. 1, pp. 87-116, 1988.
- [10] H. Maître, "Un panorama de la transformation de Hough," *Traitement du Signal*, vol. 2, no. 4, pp. 305-317, 1985.
- [11] R.O. Duda et P.E. Hart, "Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures," *Commun. ACM*, vol. 15, no. 1, pp. 11-15, 1972.
- [12] S. Barbarossa, "Analysis of multicomponent LFM signals by a combined Wigner-Hough transform," *IEEE Trans. Sig. Process.*, vol. 43, no. 6, pp. 1511-1515, 1995.
- [13] R. Rangayyan et S. Krishnan, "Feature identification in the time-frequency plane by using the Hough-Radon transform", *Pattern Recognition*, vol. 34, pp. 1147-1158, 2001.
- [14] L. Rankine, M. Mesbah et B. Boashash, "IF estimation for multicomponent signals using image processing techniques in the time-frequency domain," *Signal Process.*, vol. 87, no. 6, pp. 1234-1250, 2007.
- [15] S. Barbarossa et O. Lemoine, "Analysis of nonlinear FM signals by pattern recognition of their time-frequency representation," *IEEE Sig. Process. Lett.*, vol. 3, no. 4, pp. 112-115, 1996.
- [16] S. Kayand et G. F. Boudreaux-Bartels, "On the optimality of the Wigner distribution for detection," *Proc. ICASSP*, vol. 10, pp. 1017-1020, Tampa, Fla, USA, 1985.
- [17] E. Chassande-Mottin et P. Flandrin, "On the time-frequency detection of chirps", *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, vol. 6, no. 2, pp. 252-281, 1999.
- [18] O. Fourt et M. Benidir, "Séparation aveugle de sources : estimation du nombre de signaux et application aux signaux à phase polynomiale", *MajecStic-2007,IEEE*, Octobre 2007, Caen, France.

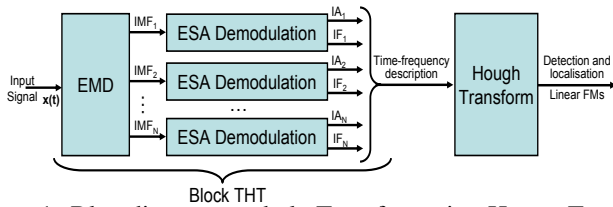
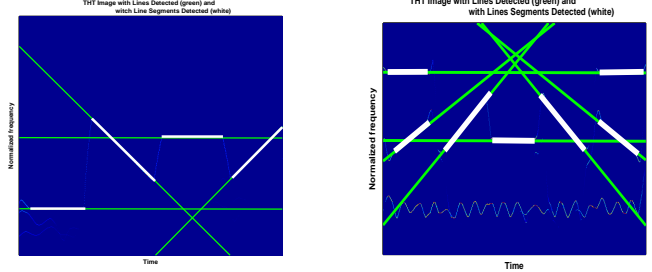
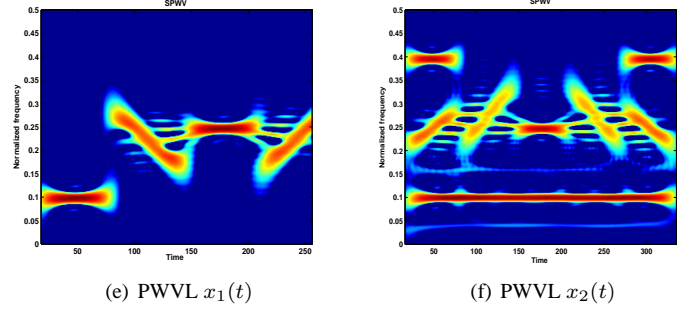
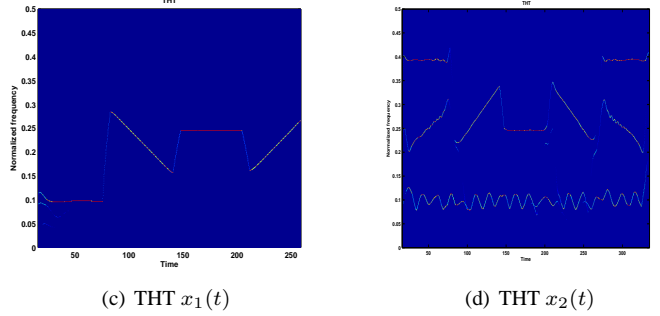
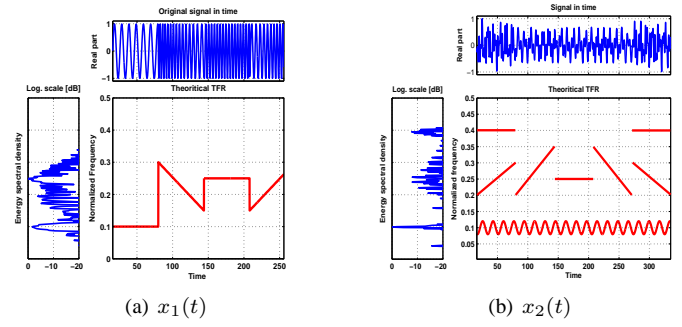
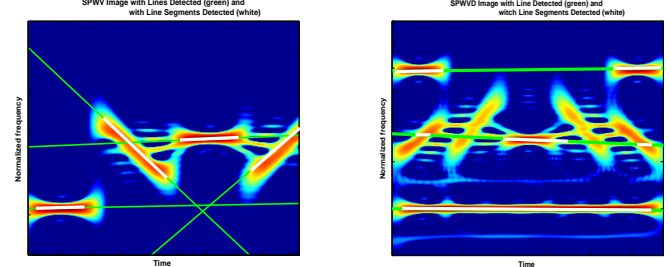


FIG. 1: Bloc diagramme de la Transformation Huang-Teager-Hough (THHT)



(g) Détection sur $x_1(t)$ par THHT (h) Détection sur $x_2(t)$ par THHT



(i) Détection sur $x_1(t)$ par PWVL-TH (j) Détection sur $x_2(t)$ par PWVL-TH

FIG. 2: Détection sur $x_1(t)$ et $x_2(t)$ par PWVL-HT et THHT