

Extraction des positions continues des cibles dans les signaux RSO

Christophe KERVAZO¹, Saïd LADJAL¹

¹LTCI, Télécom Paris, Institut Polytechnique de Paris, Palaiseau, France

christophe.kervazo@telecom-paris.fr, said.ladjal@telecom-paris.fr

Résumé – En imagerie radar à synthèse d’ouverture, les images considérées sont la somme d’un fond diffus et de cibles très énergétiques. Dans cet article, nous proposons une méthode permettant d’estimer de manière continue la position des cibles dans de tels signaux. Celle-ci se fonde sur une écriture du problème sous la forme d’un problème d’optimisation du type *Continuous Basis Pursuit*, agrémentée par un choix automatique des hyperparamètres de régularisation. Cette méthode est ensuite complétée par un post-traitement, permettant d’extraire les cibles du signal d’origine et de n’en conserver que le fond. Les deux méthodes sont validées sur données simulées.

Abstract – In synthetic aperture radar, the considered images are the sum of some diffuse background and highly-energetic targets. In this work, we propose a method to estimate continuously the target positions inside of such signals. This method is based on rewriting the problem as the minimization of a cost function which is reminiscent of Continuous Basis Pursuit. It is furthermore complemented by an automatic choice of the regularization hyperparameters. In addition, we introduce a post-processing enabling to extract the target from the original signal, thus retaining only the background. Both the method and its post-processing are validated on simulated datasets.

1 Introduction et contexte

Le Radar à Synthèse d’Ouverture (RSO) est une méthode d’imagerie largement utilisée en télédétection [1]. Les images complexes obtenues ont généralement une dynamique très importante, due à la présence de certains objets générant des échos très localisés et de forte amplitude – ceux-ci seront appelés *cibles* dans la suite de cet article. Ces cibles se superposent au *fond*, causé par de nombreux rétrodiffuseurs diffus générant des échos qui interfèrent, menant au phénomène de chatoiement.

Dans de nombreuses applications, comme le débruitage, il peut être utile de séparer le fond des cibles. La difficulté majeure d’une telle opération réside toutefois dans la nécessité de localiser les cibles à une précision sous pixellique, celles-ci se trouvant à des positions continues dans la scène, alors que l’image est échantillonnée sur une grille régulière. Dans ce but, plusieurs algorithmes ont été proposés. La plupart procèdent de manière séquentielle, en extrayant une cible à la fois : parmi ceux-ci, la méthode CLEAN [4] a une structure basée sur l’algorithme *Matching Pursuit*, et la méthode RELAX [6] est basée sur l’*Orthogonal Matching Pursuit*. Plus récemment [1] a proposé une méthode dérivée de CLEAN, basée sur la détection *a contrario*, qui permet de contrôler précisément les fausses détections de cibles dues au bruit. Cette méthode utilise de plus en pré-traitement un rééchantillonnage irrégulier de la grille de l’image, permettant de transformer les cibles en diffuseurs ponctuels. Toutefois, elle reste une méthode gloutonne, extrayant les cibles séquentiellement et non conjointement, pouvant potentiellement mener à des performances décriées.

Dans cet article, nous proposons deux nouvelles méthodes de séparation fond-cibles. Spécifiquement :

- Dans la section 2.1, nous proposons un algorithme permettant de localiser les cibles. Par contraste avec les méthodes CLEAN, RELAX et [1], celles-ci sont extraites conjointement, en se basant sur une relaxation convexe du problème d’optimisation à résoudre. Par ailleurs, pour pouvoir estimer la position continue des cibles (*i.e.* potentiellement en dehors de la grille d’échantillonnage), nous proposons d’utiliser une méthode basée sur le Continuous Basis Pursuit [3], la fonction de coût multi-convexe résultante étant optimisée avec l’algorithme PALM [2]. Cette approche est de plus complétée par un choix automatique des hyperparamètres de régularisation ;
- La méthode précédente permettant de trouver les positions des cibles mais pas nécessairement leur amplitude précise, nous proposons en section 2.2 une méthode permettant de recouvrer plus précisément le fond d’une part et la somme de toutes les cibles d’autre part.

2 Méthodes proposées

Sans perte de généralité, nous ne considérerons dans la suite de cet article que des signaux RSO à une dimension (1D) : $\underline{x} \in \mathbb{C}^N$, l’extension de la méthodologie au cas 2D étant directe.

2.1 Estimation de l’emplacement des cibles

Dans cette section, l’objectif est de localiser spatialement les cibles d’une image RSO \underline{x} . De par le processus d’acquisition, celles-ci correspondent à des objets ponctuels brillants convolués par la réponse impulsionnelle (RI) de l’imageur RSO, qui peut généralement être approximée par un sinus cardinal.

Ainsi, le jeu de la séparation fond-cible est de retrouver à une précision sous-pixelle les sinus cardinaux présents dans \underline{x} . **La parcimonie comme principe de séparation.** Mathématiquement, nous supposons que l'image RSO considérée $\underline{x} \in \mathbb{C}^N$ peut s'écrire comme la somme du fond $\underline{n} \in \mathbb{C}^N$ et des cibles $\underline{c} \in \mathbb{C}^N$: $\underline{x} = \underline{n} + \underline{c}$, où les parties réelle et imaginaire de chaque pixel du fond $\underline{n}_i; i \in 1::N$ suivent une loi normale centrée d'écart-type $\sigma_i \geq 0$: $\Re(\underline{n}_i) \sim \mathcal{N}(0; \sigma_i), \Im(\underline{n}_i) \sim \mathcal{N}(0; \sigma_i)$. Une telle décomposition admettant une infinité de solutions non-physiques, nous supposons pour réaliser la séparation que le nombre de cibles est faible par rapport à N . Cette parcimonie est généralement exploitée en construisant un dictionnaire fini Φ dans lequel chaque colonne contient la RI de l'imageur translattée en un nombre fini de positions. Pour obtenir une localisation sous-pixelle des cibles, il est alors possible de considérer des translations sous-pixelles, conduisant à une grille sur-échantillonnée d'un facteur ρ : $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times \rho N}$. Par opposition aux approches CLEAN, RELAX et [1], basées sur l'(*Orthogonal*) *Matching Pursuit*, nous proposons d'exprimer le problème de séparation fond-cible sous la forme d'un problème d'optimisation convexe de *Basis Pursuit* :

$$\arg \min_{\substack{\underline{\Lambda} \in \mathbb{R}^{\rho N} \\ \underline{\alpha} \in \mathbb{R}^N}} \frac{1}{2} \|\underline{x} - \Phi \underline{\alpha} - \Psi \underline{\Lambda}\|_2^2 + \|\underline{\Lambda}\|_1; \quad (1)$$

où $\|\cdot\|_k$ est la norme k , $\underline{\alpha} \in \mathbb{R}^N$ le vecteur des amplitudes complexes des cibles estimées, \odot le produit de Hadamard et $\underline{\Lambda} \in \mathbb{R}_+^{\rho N}$ est un vecteur de paramètres de régularisation.

Ce problème peut alors être résolu par l'algorithme Forward-Backward Splitting (voir références de [2]). Toutefois, une bonne précision sous-pixelle requiert de forts suréchantillonnages ρ , conduisant à des dictionnaires Φ de grandes tailles et mal conditionnés et complexifiant fortement la séparation.

Estimation continue des positions. Le problème précédent est dû au fait que les positions réelles des cibles sont continues, alors que la minimisation de (1) ne les estime que de manière discrète. Nous proposons donc de recourir à une approche de type Continuous Basis Pursuit [3] (CBP), permettant une estimation continue en se basant sur une approximation de Taylor à l'ordre 1 des sinus cardinaux des cibles :

$$\arg \min_{\substack{\underline{\alpha} \in \mathbb{R}^N \\ \delta \in \mathbb{R}^N}} \frac{1}{2} \|\underline{x} - \Phi \underline{\alpha} - \Psi \underline{\delta}\|_2^2 + \|\underline{\delta}\|_1 + \sum_{i=1}^{\rho N} \frac{1}{2} (\delta_i)^2; \quad (2)$$

où $\Psi \in \mathbb{R}^{N \times \rho N}$ est un dictionnaire contenant les dérivées des sinus cardinaux translattées sur la grille régulière échantillonnée, et $\underline{\delta} \in \mathbb{R}^{\rho N}$ est un décalage continu par rapport à cette grille. Contrairement à [3] où les amplitudes sont réelles positives, (2) n'est pas un problème convexe. Toutefois, ce problème étant multi-convexe avec des contraintes non-différentiables séparables en $\underline{\alpha}$ et $\underline{\delta}$, nous proposons d'utiliser l'algorithme PALM [2] pour en trouver un point critique (*cf.* Algorithme 1).

Choix des paramètres de régularisation Λ . Le choix des paramètres de régularisation Λ est un problème compliqué [5]. Nous proposons de baser celui-ci sur un argument du point fixe : si $\underline{\alpha}$ et $\underline{\delta}$ convergent au fil des itérations vers des valeurs

Algorithm 1 PALM pour CBP

Entrées : $\underline{x}; \rho$

Initialisation $\underline{\alpha}; \underline{\delta}$, générer les matrices $\Phi; \Psi \in \mathbb{R}^{N \times \rho N}$

while not converged do

$$\leftarrow 1 = \|\Phi^T + \text{diag}(\underline{\delta}) \Psi^T (\Phi + \Psi \text{diag}(\underline{\alpha}))\|_2$$

$$\underline{\alpha} \leftarrow \underline{\alpha} + \left[\Phi^T + \text{diag}(\underline{\delta}) \Psi^T \right] (\underline{x} - \Phi \underline{\alpha} - \Psi \underline{\delta}) \quad (3)$$

$$\underline{\Lambda} \leftarrow \rho \times \text{MADLOCAL}(\underline{\alpha})$$

$$\underline{\delta} \leftarrow \mathcal{S}_{\gamma \underline{\Lambda}}(\underline{\alpha})$$

$$\leftarrow 1 = \|\text{diag}(\underline{\delta}) \Psi^T \Psi \text{diag}(\underline{\alpha})\|_2$$

$$\leftarrow \frac{1}{2} + \text{diag}(\underline{\delta}) \Psi^T (\underline{x} - \Phi \underline{\alpha} - \Psi \underline{\delta})$$

end while

Sorties : $\underline{\alpha}, \underline{\delta}$

optimales $\underline{\alpha}$ et $\underline{\delta}$, la mise à jour (3) devient

$$\begin{aligned} & + \Phi^T + \text{diag}(\underline{\delta}) \Psi^T (\underline{x} - \Phi \underline{\alpha} - \Psi \underline{\delta}) \\ & \simeq + \Phi^T + \text{diag}(\underline{\delta}) \Psi^T \underline{n}; \end{aligned}$$

aux erreurs de modèle près. Ainsi, pour que $\underline{\alpha}$ soit un point fixe, il s'agit de déterminer un jeu de paramètres $\underline{\Lambda}$ permettant de limiter la contribution du bruit de Rayleigh $\Phi^T + \text{diag}(\underline{\delta}) \Psi^T \underline{n}$. Les valeurs de $\underline{\Lambda}$ sont donc choisies pour éliminer un pourcentage donné du bruit de Rayleigh, permettant de contrôler le nombre de fausses alarmes dues au fond via le paramètre ρ de l'algorithme 1. Cette approche nécessite toutefois la connaissance de l'écart-type de $\Phi^T + \text{diag}(\underline{\delta}) \Psi^T \underline{n}$, qui est estimé itérativement via le Median Absolute Deviation (MAD). De plus, le fond n'ayant pas un niveau constant sur toute l'image, le MAD est estimé sur des fenêtres locales autour du pixel considéré (fonction MADLOCAL dans l'algorithme 1).

2.2 Raffinement de l'estimation du fond

L'algorithme décrit ci-dessus a pour objectif de conjointement localiser les cibles et déterminer leur amplitude. Toutefois, entre autres à cause de l'utilisation de la norme ℓ_1 , l'amplitude estimée des cibles est généralement biaisée. Nous proposons d'ajouter une étape qui permet d'affiner l'estimation du fond (de manière équivalente la somme de toutes les cibles). Celle-ci se base sur les positions des cibles détectées par l'algorithme 1 et permet d'extraire le fond du signal par la minimisation de fonctionnelles quadratiques. Le signal RSO étant à bande limitée nous passons dans cette partie à une représentation continue des signaux.

Si on sait qu'il n'y a qu'une seule cible dans \underline{x} et qu'un oracle nous fournit sa position (continue) exacte t , alors le fond peut être retrouvé par :

$$\underline{n} = \underline{x} - P_V(\underline{x}); \quad (4)$$

avec $V = \text{Vect}(\text{sinc}_t)$. Cela signifie que l'on retranche la partie sinus cardinal décalé en t du signal. Cette restauration est optimale dans le cas limite où les cibles ont une puissance infinie par rapport à la puissance du signal. Dans un cas intermédiaire où les cibles ont une puissance $\frac{2}{c}$ comparée à une puissance

² du chatoisement, on aurait une formule pour le minimiseur du risque quadratique (Wiener) du type

$$\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{x} - \frac{2}{c} \frac{2}{c} P_V(\mathbf{x}) \quad (5)$$

Cependant, le rapport de puissance entre le signal et les cibles étant tellement variable, il est peu utile de poser un modèle complexe d'*a priori* sur les cibles. Il est plus sûr de supprimer toutes les contributions à la position des cibles, quitte à avoir une erreur de l'ordre de la puissance du chatoisement en un échantillon (ce que fait, au pire, l'équation (4) par rapport à l'optimum de (5)).

Dans le cas de cibles multiples, avec un oracle qui prédit les positions, et dans le cas limite de cibles infiniment plus puissantes que le speckle, la solution de (4) reste valable à condition de remplacer V par

$$V = \text{Vect}(\text{sinc}_{t_i})$$

pour t_i parcourant les positions des cibles.

Une remarque importante est que si l'oracle se trompe sur la position des cibles nous allons commettre l'erreur quadratique de l'ordre de $|t_i - t_j|^2$ (où t_i est l'amplitude de la cible et l'erreur de position). Cette erreur étant proportionnelle à l'amplitude de la cible, elle peut devenir très grande. Une solution possible serait de cribler K cibles dans un intervalle de longueur $2K$ autour de la position incertaine t de la cible en posant

$$V = \text{Vect}(\text{sinc}_{t_i}) \text{ avec } t_i = t + i \quad i=K; i = -K+2 :: K=2$$

Malheureusement, cette stratégie se heurte à un problème fondamental du fait qu'en augmentant N , on arriverait à $P_V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$. En effet, l'espace vectoriel $W = \text{Vect}(\text{sinc}_{t_i})$ pour t_i parcourant un intervalle $[a; b]$ aussi petit soit-il, est dense dans l'espace des fonctions à bande limitée (les fonctions à bande limitée sont développables en série entière et une fonction à bande limitée orthogonale à W serait nulle sur tout $[a; b]$ donc nulle partout). Numériquement, cela se traduit par un conditionnement très mauvais du projecteur orthogonal sur V au fur et à mesure que K augmente.

Pour tenir compte d'une part de cette instabilité numérique et d'autre part du fait que nous ne disposons que d'une approximation des positions des cibles donnée par le CBP, nous proposons de régulariser le problème aux moindres carrés d'extraction de cibles en cherchant à minimiser la fonctionnelle suivante

$$E(\hat{\mathbf{n}}) = \int_A |\hat{\mathbf{n}}(t)|^2 dt + \int_{A^c} |\hat{\mathbf{n}}(t) - \mathbf{x}(t)|^2 dt \quad (6)$$

où $A = \cup_i [t_i - \delta; t_i + \delta]$ [où δ est la précision offerte par l'algorithme CBP sur la position des cibles t_i qu'il renvoie. Cette fonctionnelle est faite pour imposer une faible norme du signal restauré dans les zones où des cibles sont présentes et être proche du signal d'origine dans les zones où il n'y a pas de cibles. Nos expériences montrent que le paramètre δ peut facilement être fixé sans avoir d'influence notable sur les résultats. Lorsque $\delta \rightarrow 0$ (et à condition de normaliser \mathbf{x}) on retrouve le problème aux moindres carrés de (4).

TABLE 1 – Erreur de localisation des cibles

Amp. cibles	ISTA Λ	CBP Λ	CBP MAD
$[10; 10^2]$	644	129	303
$[10^2; 10^3]$	8103	250	183
$[10^3; 10^4]$	15256	2800	14

Cette approche permet de grandement améliorer les résultats en terme d'estimation du fond comme sera montrée dans la partie expérimentale.

3 Expériences numériques

Nous considérons un signal \mathbf{x} simulé de 1600 pixels, avec un niveau de fond constant par morceau : $i \in [1, 500] = 1$, $i \in [500, 700] = 3$, $i \in [700, 900] = 7$, $i \in [900, 1100] = 1$ et $i \in [1100, 1600] = 8$. 50 cibles sont ajoutées au fond : trois jeux de données sont considérés, où les amplitudes des cibles sont tirées uniformément dans $[10; 10^2]; [10^2; 10^3]; [10^3; 10^4]$ respectivement. Les résultats sont la médiane sur 10 Monte-Carlo.

3.1 Estimation des positions

Nous évaluons d'abord la capacité des algorithmes discutés à retrouver la position des cibles. Trois méthodes sont comparés : BP et CBP avec un choix de paramètres Λ défini à l'aide de la vérité terrain pour avoir une proportion de fausses alarmes dues au fond de 1%, et CBP avec un choix d'hyperparamètres basé sur le MAD. Des facteurs de suréchantillonnage de 1 à 5 sont testés, et le meilleur résultat est présenté dans le tableau 1. La métrique considérée est la somme, sur toutes les cibles estimées, des distances entre chaque cible estimée et la cible la plus proche de la vérité terrain. Une première constatation est que, pour un seuil fixé Λ , CBP obtient des résultats très supérieurs à BP, ce qui est dû au fait que les positions des cibles sont estimées continument. Par ailleurs, le CBP MAD obtient parfois des résultats qui sont meilleurs que ses compétiteurs utilisant Λ , pourtant fixé à partir de la vérité terrain. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'en présence de cibles très énergétiques, les erreurs de modèle prédominent largement sur celles dues au fond. Dès lors, le nombre de fausses alarmes dues aux erreurs de modélisation devient très important, comme illustré sur la figure 1a. En revanche, le MAD semble lui être capable de capturer de manière acceptable les erreurs de modèle, conduisant à un nombre de fausses alarmes limité (cf. figure 1b).

3.2 Estimation de l'amplitude

Malgré une bonne estimation de la position des cibles avec CBP-MAD, le résidu peut présenter un aspect différent du fond réel, comme illustré dans la figure 1c dans le cas de cibles très énergétiques. Par contraste, la méthode proposée en section 2.2

