

Modélisation statistique de la SER des cibles pour la détection radar

STEPHANIE GOURDIN, MARC MONTECOT¹

¹ THALES DMS FRANCE

19 rue Gay Lussac, 78990 Elancourt, France

stephanie.gourdin@fr.thalesgroup.com, marc.montecot@fr.thalesgroup.com,

Résumé – Les cibles rencontrées par les radars évoluent, on rencontre aujourd’hui non seulement des avions de ligne et de chasse mais également des cibles plus atypiques tels que les cibles furtives, les drones La bande de fréquence sur laquelle peut travailler le radar s’élargit également. Ces évolutions reposent la question de l’adéquation de l’utilisation des modèles de Swerling pour modéliser le comportement des cibles dans l’objectif d’évaluer les performances du radar. Dans cet article, nous proposons de comparer différents modèles statistiques en regard de données de surface équivalente radar de cibles réelles mesurées en vol ou en base. Nous montrons que le modèle de Swerling reste bien adapté pour le cas simple d’une cible en face-face (même atypique) dans une bande limitée. Cependant le généraliser avec la distribution de Pareto Généralisée permet de prendre en compte la diversité des angles de présentation des cibles possibles, et l’élargissement éventuel de la bande.

Abstract - The targets encountered by radars are evolving, today we encounter not only airliners and fighters but also more atypical targets such as furtives targets, drones The frequency band on which the radar can work is also widening. These developments raise the question of the adequacy of the use of Swerling models to model the behavior of targets with the aim of evaluating radar performance. In this article, we propose to compare different statistical models with respect to real radar cross-section data measured in flight condition or in anechoic chamber. We show that the Swerling model remains well suited for the simple case of a face-to-face target (even an atypical one) in a limited band. However, generalizing it with the Generalized Pareto distribution makes it possible to take into account the diversity of the presentation angles of the target, and the widening of the emission band.

1 Objectifs des travaux

1.1 Introduction

La surface équivalente radar (SER) des cibles est une variable impactant directement les performances d’un détecteur radar via l’équation du radar.

$$D_{max} = \sqrt[4]{\frac{P_e G_e G_r \lambda^2 \rho}{k T B F * R S B_{min}}} \quad (1)$$

En effet on note que la distance maximale (1) de détection dépend du radar lui-même (rapport signal sur bruit RSB minimum détectable, gains d’antenne, puissance émise,...) mais également de ρ qui correspond à la SER de la cible.

En pratique, la SER n’est pas fixe mais évolue d’un pointage à l’autre, la distribution de cette SER autour de sa valeur centrale a un impact sur la courbe de sensibilité du détecteur radar. Historiquement, Swerling a proposé divers modèles simples, représentant une très bonne estimation de la fluctuation typique des cibles notamment pour les modes air-air. Ce modèle a été élaboré à une époque où les ordinateurs ne permettait pas un rejeu et une simulation des performances via Monte Carlo. Les performances de la détection radar ont cependant pu être établies de manière théorique en s’appuyant sur la modélisation des cibles proposée par Swerling [1] qui en plus d’être une très bonne approximation du comportement d’une cible en secteur avant ont l’avantage important de ne dépendre que d’un paramètre et d’être facile à intégrer et dériver mathématiquement.

Cependant, depuis 40 ans les cibles rencontrées ont évoluées, et sont notamment de plus en plus furtives. De ce fait les modèles proposés ne sont plus forcément

adaptés pour modéliser tous les types de cibles d’intérêt, bien qu’ils restent une manière de comparer des détecteurs en proposant un modèle théorique facile à paramétrer et partagé par toute la communauté des radars. Ils restent une base de discussion sur les performances, notamment théoriques, mais il y a un intérêt à utiliser des modèles plus généraux pour pouvoir diversifier les types de cibles rencontrées et leur présentation lors de l’évaluation des performances via des simulations des méthodes de type Monte-Carlo.

Les radars changent également en étant de plus en plus large bande, ce qui peut modifier le comportement statistique des cibles et sortir des hypothèses où les modèles classiques de Swerling sont valides.

1.2 Etat de l’art

Les modèles habituellement utilisés pour décrire le comportement des cibles fluctuantes sont les modèles Swerling 1 à 4 proposés par ce dernier dans [1]. Les cas 1 et 2 suivent la même distribution :

$$d_\rho(\mathbf{x}) = \frac{1}{\rho} e^{-\frac{x}{\rho}} \quad (2)$$

tout comme les cas 3 et 4 :

$$d_\rho(\mathbf{x}) = \frac{4x}{\rho^2} e^{-\frac{2x}{\rho}} \quad (3)$$

Avec : $x \geq 0$ le rapport signal sur bruit, ou la SER et ρ la moyenne de x . La différence entre les deux cas de la même famille est que soit les fluctuations sont indépendantes d’impulsions à impulsions soit la SER est constante sur la durée d’un pointage. La loi SW1 correspond à une loi exponentielle de paramètre ρ (ou variance). Ces lois ne sont pas paramétriques car leur seul

paramètre est la SER moyenne. De ce fait ils sont simples à mettre en œuvre mais offrent peu de possibilité d'adaptation à des cibles variées.

Cependant, les modèles SW1-4 n'ont pas pour objet de modéliser toutes les cibles rencontrées en pratique, comme le rappelle Swerling lui-même dans [2] où il propose une généralisation de ses modèles appliqués aux cibles de fortes SER tels des bateaux pouvant avoir plusieurs réflecteurs de forte puissance persistants. Le nouveau modèle proposé se base sur une loi de gamma qui s'exprime par :

$$d_{\lambda,\rho}(\alpha) = \frac{\lambda}{\rho} \frac{1}{\Gamma(\lambda)} \left(\frac{\lambda\alpha}{\rho} \right)^{\lambda-1} e^{-\frac{\lambda\alpha}{\rho}} \quad (4)$$

Où $\Gamma(\lambda) = (\lambda - 1)!$ est la fonction gamma. Ce nouveau modèle est paramétrique, le paramètre λ décrit la contribution du lobe principal c'est à dire de la moyenne des points brillants, plus ce paramètre est grand, plus on se rapproche d'une cible ponctuelle. Pour λ entier, on retrouve les distributions de Swerling, notamment pour $\lambda = 1$ qui donne les cas Swerling 1 et 3 et $\lambda = 2$ qui revient aux cas Swerling 2 et 4.

Plusieurs auteurs ont montré en utilisant diverses mesures de SER de cibles qu'utiliser une distribution gamma avec λ judicieusement choisi permet de mieux s'approcher d'un éventail de cibles diverses. [3] étudie notamment les cibles furtives à partir d'un modèle informatique d'une cible furtive (contrairement à une campagne de mesure de SER sur une cible réelle) et montre que la distribution gamma est la plus proche, en ne comparant que les modèles Swerling, gamma et log-normal. Cette distribution a l'inconvénient de ne pas disposer de méthodes analytiques pour calculer les probabilité de détection [4] tout comme la loi de Weibull qui est également une solution considérée. La distribution de Weibull est intéressante car elle peut servir également à modéliser le comportement du fouillis [5]. De plus une méthode existe pour en calculer la probabilité de détection [6].

L'utilisation de données réelles (acquises en vol ou en base) pour mesurer la distribution réelle des points de SER mesurés par un radar a montré dans [7] que l'utilisation de la distribution de Pareto généralisée est une option intéressante également. Cette distribution a l'avantage de permettre la modélisation d'une queue de distribution large qui peut permettre par exemple de représenter la survenue statistiquement rare de points brillants d'une valeur de SER bien plus grande que la SER moyenne observée. La distribution de Pareto s'écrit :

$$d_{\varepsilon,\sigma}(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + \frac{\alpha}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\varepsilon}+1\right)} & \text{pour } \varepsilon > 0 \\ \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{\alpha}{\sigma}} & \text{pour } \varepsilon = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Il s'agit d'une généralisation de la distribution exponentielle (cas Swerling quand $\varepsilon = 0$), et peut donc être considérée comme une généralisation avec plus de paramètres des cas standards.

2 Méthodologie utilisée

2.1 Jeu de test utilisé

A la suite de [7] et [8] notre démarche est de sélectionner, parmi les modèles de distribution proposés dans la littérature quels sont les plus cohérents des mesures de cibles disponibles. En effet THALES dispose d'un long historique d'enregistrement de données réelles de cibles radar, via un grand nombre de vols d'essais effectués pour valider les performances de nos produits et de nos algorithmes dans le cadre de ses contrats de R&T et de validation des standards opérationnels. Dans cette étude ces données ont été utilisées et concaténées afin d'analyser le modèle statistique le plus représentatif pour divers types de cibles air-air. Pour des raisons de confidentialité les chiffres ne sont pas détaillés dans cet article, et la cible utilisée non plus, mais ce sont des données issus d'enregistrement en vol de cibles réelles pour différents angles de présentation.

Les mesures de SER sont classées par cible, et par plage d'angle de présentation de la cible (de face, en travers, secteur arrière). Pour chaque jeu de SER, on établit tout d'abord l'histogramme des mesures, qui sera la courbe contre laquelle les différentes distributions sont testées. On teste les loi Gamma, log-normale, Swerling 1, Rayleigh, Weibull, normale et pareto généralisée.

2.2 Choix des distributions vraisemblables

Nous disposons d'un jeu d'observations indépendantes $X = \{x_i\}_{i=1}^{\#X}$, où l'on note x_i un échantillon de mesure de SER, et $\#X$ le nombre de mesures dans la plage considérée. On considère que ces échantillons sont tous tirés de la même distribution d_X paramétrée par les paramètres Θ . L'objectif de l'étude est à la fois de déterminer d_X et ses paramètres Θ . Nous déterminons tout d'abord les paramètres Θ modélisant au mieux les mesures X pour chacune des distributions candidates. On utilise pour cela, pour chaque famille de distribution testée, le critère du maximum de vraisemblance pour choisir les paramètres de distribution les plus vraisemblables pour le jeu de donnée testé :

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}_{MLE} &= \underset{\Theta}{\operatorname{argmax}} \operatorname{prob}(X|\Theta) = \underset{\Theta}{\operatorname{argmax}} \sum_i \log(\operatorname{prob}(x_i|\Theta)) \\ &= \underset{\Theta}{\operatorname{argmin}} - \sum_i \log(\operatorname{prob}(x_i|\Theta)) = \underset{\Theta}{\operatorname{argmin}}(NLL) \quad (6) \end{aligned}$$

Une fois les paramètres estimés, on cherche à comparer les différentes distributions entre elles pour déterminer la plus proche des mesures. On peut disposer pour cela directement du critère NLL du calcul du maximum de

vraisemblance ayant permis le choix des paramètres. L'inconvénient majeur de ce critère est qu'il compare uniquement la vraisemblance, sans aucun a priori sur le type de distribution que l'on souhaite obtenir. Or il est possible d'augmenter la vraisemblance du modèle en ajoutant des paramètres à la distribution pour coller au mieux à l'échantillon X observé. De ce fait, le critère du maximum de vraisemblance risque de favoriser les distributions les plus complexes qui correspondent parfaitement à l'échantillon observé mais peut ne pas être robuste au tirage d'autres échantillons. En pratique, on préfère favoriser les distributions avec le moins de paramètres possibles afin de simplifier le réglage des paramètres et les études de performances ultérieures.

On utilise donc un autre critère d'information pour trier les modèles permettant de pénaliser les distributions avec le plus de paramètres (ce qui permet de favoriser si possible les modèles Swerling classiques). En notant k le nombre de paramètres de la distribution, on choisit le critère $AICc = AIC + \frac{2k(k+1)}{\#X-k-1}$ proposé par [9] qui est une variante du critère Akaike Information Criterion $AIC = 2k + 2NLL$ plus robuste dans le cas d'échantillons statistiques de petite taille. Ce problème s'est posé car pour certaines cibles, seuls peu de points de SER mesurés étaient disponibles. Toutes les distributions proposées sont ainsi comparées, puis la distribution minimisant le critère $AICc$ est choisie comme la plus ressemblante au jeu de SER donné.

2.2.1 Adéquation statistique

Pour confirmer l'adéquation finale des distributions les plus probables au sens du maximum de vraisemblance nous utilisons les tests d'adéquation statistiques qui permettent d'avoir une idée de l'appartenance ou non des mesures à la distribution choisie. L'objectif d'un test d'hypothèse est de rejeter une hypothèse H_0 avec une « p-value » donnée c'est-à-dire un risque connu de fausse décision. Dans notre contexte on souhaite tester l'hypothèse H_0 = les mesures X suivent la distribution $d_X(\theta)$. Les tests d'hypothèses permettent d'obtenir une réponse binaire, mais ne peuvent qu'affirmer la non-appartenance à la distribution avec une probabilité d'erreur maîtrisée. Une réponse positive équivaut à dire qu'on ne peut pas dire que les mesures n'appartiennent pas à la distribution. Les tests statistiques peuvent donc valider plusieurs distributions pourtant différentes.

Il existe le critère de Kolmogorov-Smirnov (KS) :

$$C_{KS} = \max|F_n(x) - F(x)|$$

et de Anderson-Darling (AD):

$$C_{AD} = n \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(F_n(x) - F(x))^2}{F(x)(1-F(x))} dF(x) \quad (7)$$

Le critère KS est le plus couramment utilisé et aussi le plus simple, il se base uniquement sur le point où la différence entre la CDF théorique et empirique est

maximale. Le test AD est statistiquement plus puissant (dans le sens qu'il est plus discriminant) car il considère la somme des différences sur toute la fonction de répartition, et de plus ajoute un poids au dénominateur renforçant l'importance des queues de distribution, qui est le point d'intérêt pour les cibles étudiées. Le test AD est donc plus robuste que le test KS pour les distributions s'éloignant de la distribution gaussienne et sera donc privilégié.

Les tests statistiques évoqués se basent sur l'hypothèse d'indépendance entre la distribution mesurée et la distribution testée. Cette hypothèse n'est pas vérifiée quand la distribution candidate est obtenue par inférence à partir des données mesurées, ce qui est le cas ici puisqu'on a déterminé ses paramètres à partir du maximum de vraisemblance. Pour pouvoir utiliser les tests statistiques d'adéquation, il faut obtenir des échantillons indépendants de la distribution testée. Pour obtenir un nouvel échantillon indépendant sans utiliser de nouvelles mesures, nous utilisons la méthode du bootstrap qui consiste à choisir aléatoirement un nombre fixe d'éléments parmi les mesures X pour former un nouvel ensemble de mesures X' . Pour garantir l'indépendance les échantillons sont tirés avec remise.

3 Choix d'un modèle général de cible radar

L'analyse est effectuée sur différents avions dans différentes configurations. La Figure 1 présente le cas face-face sur une large bande. Le modèle de Swerling 1 est plutôt bien adapté visuellement mais le test AD ne donne que 21% d'adéquation alors que la distribution de Pareto Généralisée est adéquate à 94% avec un nombre de mesures très important (3,5 millions) permettant de dessiner parfaitement l'allure de la distribution. Le paramètre $\varepsilon=0.134$, ce qui est assez proche de 0 et donc du modèle Swerling.

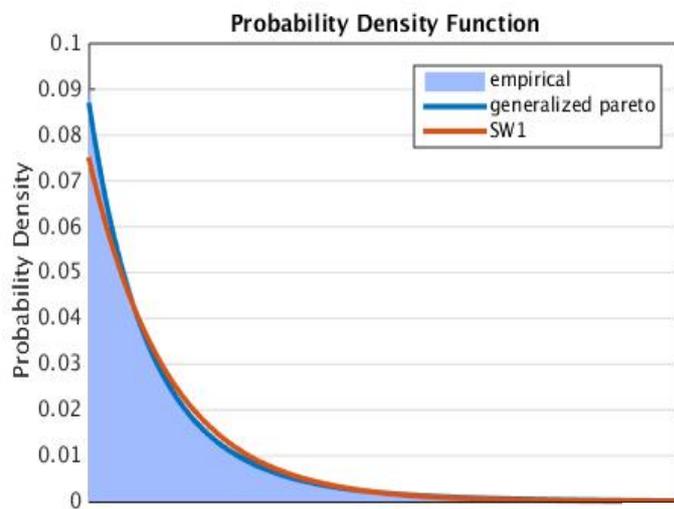


Figure 1: Avion en face-face

Le cas du même avion mais pour lequel on ne présume pas de secteur angulaire (et donc que l'on tire

aléatoirement sa SER quel que soit l'angle de présentation) est présenté Figure 2. Ici le modèle de Swerling n'est plus du tout adéquat alors que la distribution de Pareto généralisée est à nouveau celle suivant le mieux la distribution de la cible avec une adéquation AD de 77%. La distribution Swerling n'arrive plus du tout à représenter correctement les cibles dans ce cas-là, car des fortes SER sont présentes dans le secteur travers notamment. Cette conclusion est d'autant plus valide que la bande de fréquence utilisée est grande dans ce cas. Les mêmes conclusions peuvent être tirées avec d'autres types de cibles plus atypiques qui ne sont pas présentées ici. Une valeur de paramètres pour la distribution est de $\varepsilon=0.9$ pour simuler la présence de pics de fortes SER.

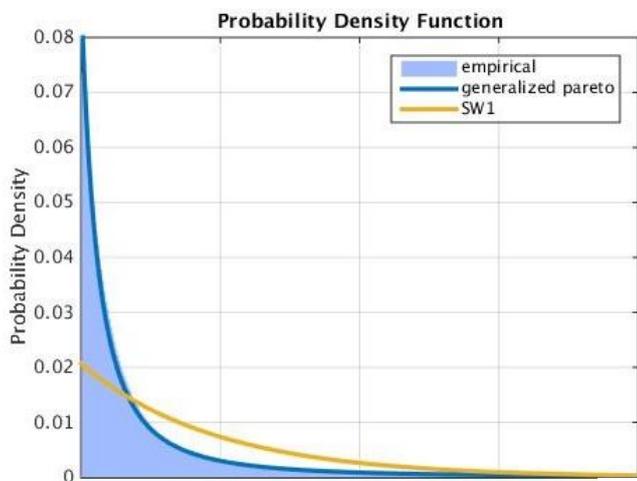


Figure 2: Avion vu sous toutes les directions 2x

4 Conclusion

Les mesures effectuées sur des cibles réelles (et non en simulation) ont montré que la distribution la plus proche des SER mesurées est la distribution de Pareto Généralisée. Ces mesures confirment donc les résultats obtenus par Persson [7] qui a utilisé une démarche similaire avec des cibles réelles suédoises de Saab. La distribution de Pareto Généralisée est donc une bonne solution à mettre en œuvre pour pouvoir simuler l'impact des secteurs à forte SER dans l'évaluation des performances radar. De plus elle permet aussi de généraliser les modèles de cibles dans les modèles où l'on souhaite simuler le comportement d'une cible avec une variation de fréquence sur une large bande. Les distributions à deux paramètres peuvent aujourd'hui être utilisées malgré la difficulté de devoir régler ces paramètres, car les outils actuels et la quantité de données mesurées permettent d'adapter au mieux la modélisation au comportement des cibles. Dans la suite des travaux, nous analyserons l'impact de ce nouveau choix de distribution sur la performance de détection des cibles.

Références

- [1] P. Swerling, «Probability Detection for Fluctuating Targets,» *IRE Transactions on Information Theory*, vol. 6, n° %12, pp. 269-308, Avril 1960.
- [2] P. Swerling, «Radar Probability of Detection for Some Additional Fluctuating Target Cases,» *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 33, n° %12, pp. 698-709, 1997.
- [3] W. Shi, X.-w. Shi et L. Xu, «RCS Characterization of stealth target using chi2 distribution and log-normal distribution,» *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 27, pp. 1-10, 2012.
- [4] D. A. Schnidman, «Expanded Swerling Target Models,» *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 39, n° %13, pp. 1059-1069, 2003.
- [5] A. Farina, A. Russo, F. Scannapieco et S. Barbarossa, «Theory of radar detection in coherent Weibull clutter,» *IEE Proceedings F (Communications, Radar and Signal Processing)*, vol. 134, n° %12, pp. 174-190, 1987.
- [6] D. A. Schnidman, «Radar detection probabilities and their calculation,» *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, n° %13, pp. 928-950, 1995.
- [7] B. Persson, «Radar Target Modeling Using In-Flight Radar Cross Section Measurements,» *Journal of Aircraft*, vol. 54, n° %11, pp. 284-291, 2017.
- [8] A. De Maio, A. Farina et G. Foglia, «Target fluctuation models and their application to radar performance prediction,» *IEEE Proceedings on Radar and Sonar Navigation*, vol. 151, n° %15, pp. 261-269, Octobre 2004.
- [9] C. M. Hurvich et C.-L. Tsai, «Regression and time series model selection in small samples,» *Biometrika*, vol. 76, pp. 297-307, 1989.
- [10] G. Cui, A. De Maio, V. Carotenuto et L. Pallotta, «Performance Prediction of the incoherent detector for a Weibull fluctuating Target,» *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 50, n° %13, pp. 2176-2184, Juillet 2014.