

Identification robuste de systèmes non linéaires par une décomposition basée dictionnaire dans le contexte de l'épilepsie.

Marc GREIGE¹ Ahmad KARFOUL¹ Isabelle MERLET¹ Régine LE BOUQUIN JEANNÈS¹

¹Univ Rennes, INSERM, LTSI - UMR 1099, F-35000 Rennes, France

Résumé – Dans cet article, une méthode d'identification robuste de systèmes non linéaires dans le contexte d'épilepsies pharmaco-résistantes est proposée. Elle repose sur la décomposition d'activités cérébrales électriques intracrâniennes sous forme d'une combinaison linéaire de plusieurs signaux élémentaires choisis de façon optimale dans un dictionnaire préalablement défini. Notre approche remédie au problème de solutions parasites que l'on peut rencontrer dans les méthodes d'identification basées sur des dictionnaires. Elle considère l'hypothèse d'une représentation parcimonieuse d'un sous-dictionnaire choisi suivant une technique basée sur la méthode des moindres carrés orthogonaux où les candidats du dictionnaire sont sélectionnés suivant leur importance. Les performances de l'approche proposée sont évaluées sur des données simulées ainsi que sur des signaux cérébraux épileptiques intracrâniens, qui viennent confirmer la pertinence de cette nouvelle approche.

Abstract – In this paper, a new robust identification method for nonlinear systems in the context of drug-resistant epilepsy is proposed. It relies on the decomposition of electrical intracranial activities into a linear combination of multiple elementary signals chosen optimally from a predefined dictionary. The proposed approach copes with the possible presence of spurious solutions that can be encountered in conventional error reduction ratio based methods. The main assumption in this approach is that a few number of retained dictionary elements are really contributing to the signal at hand. This leads to consider a sparse representation of the obtained dictionary. The performance of the proposed approach was tested on simulated and real epileptic intracranial signals, and results confirmed its relevance.

1 Introduction

L'épilepsie est une maladie neurologique chronique caractérisée par la répétition spontanée de crises (périodes ictales) dont la fréquence et la durée varient. Les crises d'épilepsie sont la manifestation d'une hyperactivité cérébrale résultant d'une hyperexcitation des neurones du cortex cérébral [10]. Environ 30% des patients épileptiques sont pharmaco-résistants et potentiellement candidats à des solutions thérapeutiques alternatives telles que la chirurgie ou la neuromodulation. Pour un traitement efficace, une identification fiable de la zone épileptogène responsable du déclenchement des crises est primordiale. Celle-ci sous-entend une estimation robuste du graphe dirigé de connectivité qui traduit le flux d'information entre les différentes régions cérébrales impliquées dans la crise [5]. L'enregistrement électroencéphalographique intracrâniel (iEEG) est une technique couramment utilisée pour enregistrer l'activité électrique du cerveau [11]. Bien qu'invasive, cette technique permet l'acquisition de signaux iEEG présentant un bon rapport signal à bruit. Les activités neuronales étant généralement le résultat de processus non linéaires, une modélisation linéaire de ces signaux en vue de l'inférence de la connectivité cérébrale est donc sous-optimale. La méthode d'identification de systèmes non linéaires basée sur le rapport de réduction d'erreur, noté ERR (pour Error Reduction Ratio) [2, 13, 14], a déjà montré des résultats prometteurs dans ce contexte. Plus précisément, la méthode ERR est une approche qui permet l'inférence de la connectivité effective à l'aide d'une décomposition de signaux observés basée sur un dictionnaire prédéfini. Les signaux élémentaires les plus significatifs pour la reconstruction du signal observé sont choisis successivement en fonction d'un seuil prédéfini [2]. Malgré son efficacité, la méthode ERR souffre de la présence de termes parasites dont le nombre dépend de ce seuil. Ces signaux parasites résultent en une dégradation significative de la qualité d'identification du système et, par conséquent, induisent des erreurs dans l'inférence de la connectivité effective. Pour faire face à cette limitation, nous proposons ici d'optimiser cette approche. La solution repose sur l'hypothèse que, parmi les candidats du dictionnaire retenus à l'aide de la méthode originale, seul un nombre limité d'entre eux contribue réellement au signal testé. Ces candidats, peu nombreux mais pertinents, sont identifiés à partir d'une représentation parcimonieuse du dictionnaire retenu. À cette fin, la méthode PALM (Proximal Alternating Linearized Minimization) [3] est retenue dans notre étude. En

outre, un calcul optimal du paramètre de régularisation ainsi que du pas à parcourir dans la direction de recherche définie dans la méthode PALM est effectué à chaque itération, permettant d'obtenir une identification plus fiable. Le comportement de cette approche sera comparé à celui de l'approche originale en l'appliquant successivement à des signaux simulés et à des enregistrements iEEG épileptiques réels. Dans ce papier, la section 2 est consacrée à la méthodologie avant de présenter les jeux de données en section 3 et les résultats en section 4. Quelques commentaires et remarques viendront conclure ce travail en section 5.

2 Méthodologie

Soit $\{\mathbf{y}_m\}_{m \in 1, \dots, M}$ un ensemble de M signaux iEEG épileptiques enregistrés sur une période de temps T . Le $m^{\text{ème}}$ signal iEEG \mathbf{y}_m représente l'activité neuronale de la $m^{\text{ème}}$ région du cerveau. Le cerveau étant un réseau complexe de régions interconnectées, les crises d'épilepsie peuvent se déclencher et se propager en raison d'un réseau cérébral épileptique spécifique dont les nœuds sont les régions cérébrales impliquées et les arêtes reflètent la manière dont ces régions cérébrales interagissent. Ainsi, l'activité de la $m^{\text{ème}}$ région cérébrale, \mathbf{y}_m , est liée à celle des autres régions cérébrales. Plus précisément, supposons que \mathbf{y}_m est modélisé par une combinaison linéaire d'un ensemble de N_m séries temporelles, désignées par $\tilde{\mathbf{y}}_i^{(m)}$, $1 \leq i \leq N_m$. Supposons également que chacune de ces séries temporelles est une combinaison linéaire et/ou non linéaire d'un sous-ensemble de versions retardées des signaux iEEG acquis $\{\mathbf{y}_k^{\tau_k}\}_{\forall k \in \Omega_i^{(m)}, \forall \tau_k \in \Phi_i^{(m)}}$ où les indices de ces séries temporelles et leurs décalages temporels sont définis dans les ensembles $\Omega_i^{(m)}$ et $\Phi_i^{(m)}$, respectivement. On écrit alors :

$$\mathbf{y}_m = \sum_{i=1}^{N_m} \alpha_i^{(m)} \tilde{\mathbf{y}}_i^{(m)} + \mathbf{w}_m \quad (1)$$

où $\tilde{\mathbf{y}}_i^{(m)} = f_i^{(m)}(\{\mathbf{y}_k^{\tau_k}\}_{\forall k \in \Omega_i^{(m)}, \forall \tau_k \in \Phi_i^{(m)}}$, $f_i^{(m)}$ est la $i^{\text{ème}}$ fonction linéaire ou non linéaire inconnue, $\alpha_i^{(m)}$ est le $i^{\text{ème}}$ coefficient de décomposition et \mathbf{w}_m est le résidu du modèle lié à \mathbf{y}_m . La compréhension des interactions linéaires/non linéaires

entre les régions du cerveau peut se résumer à (i) l'identification de l'ensemble des signaux $\{\mathbf{y}_k^{T_k}\}_{\forall k \in \Omega_i^{(m)}, \forall T_k \in \Phi_i^{(m)}}$, (ii) l'estimation des fonctions $f_i^{(m)}$ et (iii) l'identification du vecteur de coefficients $\boldsymbol{\alpha}_m = [\alpha_1^{(m)}, \dots, \alpha_{N_m}^{(m)}]^\top$ associé à \mathbf{y}_m . Une représentation compacte du problème de décomposition susmentionné s'exprime comme suit :

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{D}_m \boldsymbol{\alpha}_m + \mathbf{w}_m, \quad \forall m \in \{1, \dots, M\} \quad (2)$$

où \mathbf{D}_m est une matrice rassemblant les N_m séries temporelles constituant le signal \mathbf{y}_m . Ces séries temporelles représentent les candidats les plus pertinents qui peuvent être sélectionnés dans un dictionnaire prédéfini $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_N] \in \mathbb{R}^{T \times N}$, N étant le nombre total de candidats. Ainsi, $\mathbf{D}_m = [\mathbf{d}_j]_{j \in \Omega}$ est la collection de N_m vecteurs colonnes \mathbf{d}_j avec $\text{card}(\Omega) = N_m$ et Ω l'ensemble d'indices sélectionnés. Ce dictionnaire prédéfini code toutes les séries temporelles possibles (comprenant des fonctions linéaires et/ou non linéaires possibles). Plus particulièrement, comme suggéré initialement dans [2], les candidats les plus pertinents requis pour la reconstruction du signal \mathbf{y}_m sont identifiés en utilisant la méthode des moindres carrés orthogonaux combinée avec le critère de sélection ERR fondé sur un seuil empirique prédéfini. Plus précisément, la matrice \mathbf{D} est décomposée en $\mathbf{D} = \mathbf{U}\mathbf{W}$ avec $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{T \times N}$ une matrice orthogonale et $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ une matrice triangulaire supérieure dont les éléments diagonaux sont égaux à 1. À l'initialisation de l'algorithme ERR [2], toutes les colonnes du dictionnaire initial \mathbf{D} sont considérées pour reconstruire \mathbf{y}_m . Ensuite, le nombre de ces colonnes est progressivement réduit de N à N_m selon un critère ERR. Ainsi, commençons par :

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{D}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{w}_m = \mathbf{U}\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{w}_m = \sum_{n=1}^N \tilde{\theta}_n \mathbf{u}_n + \mathbf{w}_m \quad (3)$$

où $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{W}\boldsymbol{\theta}$, \mathbf{u}_n est la $n^{\text{ème}}$ colonne de \mathbf{U} et $\tilde{\theta}_n$ représente la $n^{\text{ème}}$ composante du vecteur de coefficients $\boldsymbol{\theta}$. La décomposition de \mathbf{y}_m nécessite l'identification d'un sous-ensemble $\Gamma = \{\mathbf{u}_{k_\ell}\}_{k_\ell \in \{1, \dots, N\}, \ell \in \{1, \dots, N_m\}}$ des vecteurs colonnes les plus pertinents de \mathbf{U} contribuant à \mathbf{y}_m ainsi que les coefficients associés $\tilde{\theta}_\ell$, $1 \leq \ell \leq N_m$. Les éléments de Γ sont trouvés successivement en fonction de leur contribution (de la plus élevée à la plus faible) à \mathbf{y}_m [2, 13, 14]. À cette fin, par souci de commodité, définissons la matrice $\mathbf{D}^{-(0)} = \mathbf{D}$ comme étant le dictionnaire initial permettant l'identification du premier vecteur pertinent dans Γ . Ainsi, la matrice $\mathbf{D}^{-(k_i-1)} \in \mathbb{R}^{T \times N-k_i+1}$ est le dictionnaire réduit conduisant à l'estimation du vecteur \mathbf{u}_{k_i} , $k_i > 1$. La matrice $\mathbf{D}^{-(k_i-1)}$ est obtenue en excluant un vecteur colonne de $\mathbf{D}^{-(k_i-2)}$. Le vecteur colonne exclu de $\mathbf{D}^{-(k_i-2)}$ représente le candidat le plus pertinent à la définition du vecteur \mathbf{u}_{k_i-1} . L'identification de ce dernier vecteur est réalisée en évaluant la pertinence de toutes les colonnes de la matrice $\mathbf{D}^{-(k_i-1)}$ et en retenant la colonne ayant la pertinence la plus élevée. Plus précisément, soit la matrice $\tilde{\mathbf{U}}_{k_i} = [\mathbf{u}_{k_i}^1, \dots, \mathbf{u}_{k_i}^{N-k_i+1}] \in \mathbb{R}^{T \times N-k_i+1}$ contenant $N - k_i + 1$ vecteurs colonnes \mathbf{u}_{k_i} ordonnés du plus pertinent au moins pertinent pour la reconstruction du signal \mathbf{y}_m avec $\tilde{\mathbf{U}}_0$ la matrice nulle. Cette matrice $\tilde{\mathbf{U}}_{k_i}$ peut s'écrire comme suit :

$$\tilde{\mathbf{U}}_{k_i} = \mathbf{D}^{-(k_i-1)} - \tilde{\mathbf{U}}_{k_i-1} \mathbf{H}_{k_i} \quad (4)$$

où $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N-k_i+1 \times N-k_i+1}$ est une matrice diagonale calculée au sens des moindres carrés [7]. Une fois le vecteur \mathbf{u}_{k_i} estimé, le vecteur $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{k_i}$ est calculé au sens des moindres carrés en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{k_i}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \|\mathbf{y}_m - \tilde{\mathbf{U}}_{k_i} \boldsymbol{\theta}\|_2^2 \quad (5)$$

L'algorithme s'arrête lorsque l'inégalité $1 - \sum_{i=1}^{\tilde{N}_m} e_{\max}^{(i)} < \epsilon$ est vérifiée, où ϵ est un seuil prédéfini choisi de manière heuristique et \tilde{N}_m est le nombre de candidats retenus. $e_{\max}^{(i)} = \max(e_{k_i})$, avec $e_{k_i} = \boldsymbol{\Lambda} \Psi \boldsymbol{\theta}_{k_i}^{\odot 2}$ [7]. $\boldsymbol{\Lambda}$ est une matrice diagonale, dont la diagonale est le vecteur $[\|\mathbf{u}_{k_i}^1\|_2^2, \dots, \|\mathbf{u}_{N-k_i+1}^1\|_2^2]^\top$, $\Psi = \frac{1}{\|\mathbf{y}_m\|_2^2} \mathbf{I}_{N-k_i+1}$ et \mathbf{u}_j^1 désigne le premier vecteur colonne de la matrice $\tilde{\mathbf{U}}_j$ avec $k_i \leq j \leq N - k_i + 1$. Le symbole \odot représente le produit d'Hadamard (produit matriciel élément par élément, $\boldsymbol{\theta}^{\odot 2} = \boldsymbol{\theta} \odot \boldsymbol{\theta}$) et \mathbf{I}_K est une matrice identité de taille $(K \times K)$. La $\ell^{\text{ème}}$ composante e_ℓ , $1 \leq \ell \leq N - k_i + 1$, du vecteur e_{k_i} renseigne sur la contribution du $\ell^{\text{ème}}$ candidat, $\mathbf{d}_\ell^{-(k_i-1)} \in \mathbb{R}^T$, défini dans le dictionnaire $\mathbf{D}^{-(k_i-1)}$. Supposons maintenant que les \tilde{N}_m vecteurs colonnes les plus pertinents selon le critère ERR sont stockés dans une matrice que l'on note $\tilde{\mathbf{D}} \in \mathbb{R}^{T \times \tilde{N}_m}$. Ces derniers vecteurs ayant été choisis selon un critère fondé sur un seuil heuristique, certains d'entre eux sont potentiellement des éléments parasites. Par conséquent, la présence de tels éléments résulte en une dégradation significative de la qualité de reconstruction du signal étudié. Afin de pallier ce problème, nous proposons d'affiner le dictionnaire obtenu $\tilde{\mathbf{D}}$. Ainsi, nous supposons qu'un faible nombre de modèles retenus dans $\tilde{\mathbf{D}}$ contribue réellement à la reconstruction du signal \mathbf{y}_m . Cette hypothèse conduit formellement à considérer une représentation parcimonieuse du vecteur de coefficients $\boldsymbol{\theta}$ (3). Dans ce qui suit, l'indice m sera omis pour des raisons de lisibilité. La représentation de \mathbf{y} est alors obtenue en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|_2^2 + \|\mathbf{z}\|_1 \quad \text{s.c. } \mathbf{x} = \tilde{\mathbf{D}}\boldsymbol{\theta} \quad \text{et } \mathbf{z} = \boldsymbol{\theta} \quad (6)$$

où λ est un paramètre de régularisation et $\|\cdot\|_1$ est la norme L_1 . Un tel problème d'optimisation peut être résolu à l'aide de la méthode PALM [3]. PALM minimise le lagrangien augmenté associé à (6) et donné par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{v}, \mathbf{g}, \lambda) = & \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|_2^2 + \|\mathbf{z}\|_1 + \frac{\rho_1}{2} \|\boldsymbol{\theta} - \mathbf{z}\|_2^2 \\ & + \mathbf{v}^\top (\boldsymbol{\theta} - \mathbf{z}) + \frac{\rho_2}{2} \|\tilde{\mathbf{D}}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{x}\|_2^2 + \mathbf{g}^\top (\tilde{\mathbf{D}}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (7)$$

où \mathbf{x} et \mathbf{z} sont des variables auxiliaires, \mathbf{v} et \mathbf{g} représentent les multiplicateurs de Lagrange et $\rho_1, \rho_2 \in \mathbb{R}_+^*$. Les règles de mise à jour des variables $\boldsymbol{\theta}$ et \mathbf{x} sont calculées en recherchant les points stationnaires de \mathcal{L} en ces deux variables :

$$\boldsymbol{\theta} = (\rho_1 \mathbf{I}_N + \rho_2 \tilde{\mathbf{D}}^\top \tilde{\mathbf{D}})^{-1} (\mathbf{v} + \rho_1 \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{D}}^\top (\rho_2 \mathbf{x} - \mathbf{g})) \quad (8)$$

$$\mathbf{x} = \frac{\lambda \mathbf{y} + \mathbf{g} + \rho_2 \tilde{\mathbf{D}}\boldsymbol{\theta}}{\lambda + \rho_2} \quad (9)$$

En ce qui concerne les multiplicateurs de Lagrange \mathbf{v} et \mathbf{g} , ils sont mis à jour selon un schéma de descente de gradient :

$$\Delta \mathbf{v} = \rho_1 (\boldsymbol{\theta} - \mathbf{z}), \quad \Delta \mathbf{g} = \rho_2 (\tilde{\mathbf{D}}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{x}) \quad (10)$$

La règle de mise à jour de la variable duale \mathbf{z} est donnée par :

$$\mathbf{z} = \text{prox}_{\phi, \lambda c_z} \left(\mathbf{z} - \frac{1}{c_z} \nabla_{\mathbf{z}} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{v}, \mathbf{g}, \lambda) \right) \quad (11)$$

où $\nabla_{\mathbf{z}} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{v}, \mathbf{g}, \lambda) = \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{v}, \mathbf{g}, \lambda)}{\partial \mathbf{z}} = (-\mathbf{v} - \rho_1 (\boldsymbol{\theta} - \mathbf{z}))$, $c_z \in \mathbb{R}$, $\text{prox}_{\phi, \lambda c_z}$ est un opérateur proximal traitant de la fonction non lisse (ici $\phi = \|\cdot\|_1$) et initialement proposé dans [4], et λc_z dénote le seuil de rétrécissement. Comme la

mise à jour de la variable auxiliaire z est basée sur un schéma de descente de gradient dont les performances dépendent fortement du choix du pas $\frac{1}{c_z}$, nous proposons de calculer celui-ci de manière optimale à chaque itération. A cette fin, la valeur du pas optimal, dénotée ici $\frac{1}{c_z^*}$, est calculée en minimisant le problème d'optimisation suivant :

$$\frac{1}{c_z^*} = \arg \min_{\frac{1}{c_z}} \mathcal{L}(\mathbf{x}, z - \frac{1}{c_z} \nabla_z \mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{v}, \mathbf{g}, \lambda)) \quad (12)$$

La valeur du pas optimal $\frac{1}{c_z^*}$ est obtenue algébriquement en recherchant le point stationnaire de la fonction de coût en $\frac{1}{c_z}$. On obtient alors :

$$c_z^* = (\rho_1(-\mathbf{u} - \rho_1(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{z}))^T(-\mathbf{u} - \rho_1(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{z})))^{-1} ((\mathbf{u} + \rho_1(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{z}))^T(\mathbf{u} + \rho_1(\boldsymbol{\theta} - \mathbf{z}))) \quad (13)$$

En ce qui concerne le paramètre de régularisation λ , il est calculé de manière optimale, à chaque itération, au moyen du principe de divergence [12]. En effet, ce dernier principe suppose que le paramètre de régularisation se trouve dans l'ensemble $\{\mathbf{x} : \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2^2 \leq c\}$ où $c \in \mathbb{R}$ est un coefficient lié à la variance du bruit [12] et peut être obtenu par la méthode des degrés de liberté équivalents [6], [9]. Ensuite, en considérant la partie égalité de cette dernière condition avec l'équation (9), la règle de mise à jour de λ s'écrit :

$$\lambda = \frac{\|\rho_2(\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{D}}\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{g}\|_2}{\sqrt{c}} - \rho_2 \quad (14)$$

3 Base de données

3.1 Signaux simulés

Un modèle non linéaire à deux voies [8] est considéré ici :

$$\begin{aligned} y_1(k) &= -0.3y_1(k-1) + 0.6y_2(k-1)e^{-0.3y_2^2(k-2)} + w_1(k) \\ y_2(k) &= -0.2y_1(k-1) - 0.4y_2(k-1)e^{-0.15y_2^2(k-2)} + w_2(k) \end{aligned} \quad (15)$$

où $w_m \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $1 \leq m \leq 2$. Dans cette expérience, les signaux sont échantillonnés à 256 Hz et traités sur des périodes de quatre secondes. Le dictionnaire initial, désigné par \mathbf{D} , est défini comme la collection de vingt candidats de la façon suivante :

- $\{f_i^{(m)}(\mathbf{y}_m^{\tau_m})\}_{\substack{1 \leq i \leq 2, \\ 1 \leq m \leq 2}}, \forall \tau_m \in L = \{1, 2\}$ où $f_i^{(m)}(\mathbf{y}_m^{\tau_m}) = (\mathbf{y}_m^{\tau_m})^{\odot i}$ et L désigne l'ensemble de retards associé à $f_i^{(m)}(\mathbf{y}_m^{\tau_m})$.
- $\{f_{i_1}^{(m)}(\mathbf{y}_m^1)\}_{i_1=2} \times \{f_2^{(m)}(e^{-\beta \mathbf{y}_m^2})\}_{\beta=[0.15, 0.3, 1]}$.

3.2 Signaux iEEG réels

Les données iEEG réelles ont été acquises auprès d'un patient à l'unité d'épilepsie du Centre Hospitalier Universitaire de Rennes. Pour ce sujet qui souffrait d'une épilepsie du lobe temporal, douze électrodes intracérébrales (entre 8 et 18 contacts par électrode) ont été implantées dans les régions temporale, insulaire, frontale inférieure et pariétale inférieure gauche. Une époque de 78 secondes, échantillonnée à 256 Hz, a été considérée. Sur la base de l'expertise du clinicien et des examens cliniques et électrophysiologiques préliminaires, nous n'avons conservé que les voies bipolaires considérées par le clinicien comme les plus intéressantes dans l'implication de la crise,

ce qui a conduit à un ensemble de 23 voies. L'objectif est de classer ces voies en trois groupes. Le groupe "Origine" (O) est un groupe dans lequel des décharges rapides ont été observées par le clinicien et sont donc considérées comme les principales régions responsables du déclenchement de la crise. Le groupe "Propagation Tardive" (PT) est constitué des voies qui sont principalement influencées par le groupe "Origine", et considérées comme moins impliquées dans le déclenchement de la crise. Enfin, le groupe "Propagation Précoce" (PP) est constitué de régions influencées par des régions épileptogènes. De plus, ce groupe PP peut être légèrement impliqué dans l'initiation de la crise par le biais de décharges électriques retardées, d'intensité plus faible que celles du groupe O . Par conséquent, ce groupe PP se réfère à des régions cérébrales impliquées dans la crise mais moins épileptogènes que celles du groupe O .

4 Résultats

4.1 Signaux simulés

Pour évaluer les performances de l'approche proposée, un critère d'erreur quadratique moyenne (EQM) moyenné sur $K = 300$ essais de Monte-Carlo (MC) a été calculé pour chaque signal simulé. Les résultats de l'EQM obtenus pour la méthode ERR et la méthode proposée présentés dans la figure 1 confirment la supériorité de notre approche par rapport à l'approche originale. Cette supériorité est clairement observée par l'écart obtenu entre les deux méthodes en termes de qualité d'estimation. Cet écart est statistiquement significatif avec une p -value ≤ 0.0001 .

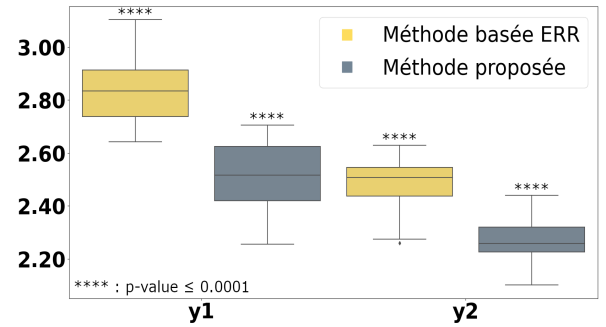


FIGURE 1 : Boîtes à moustaches de l'EQM du système (15).

4.2 Signaux iEEG réels

Pour l'étude sur signaux réels, chaque signal \mathbf{y}_m , $1 \leq m \leq M$ (où $M = 23$), est attribué soit au groupe O , PP ou PT en utilisant un seuil $\phi_{th}^{(i)} = \frac{1}{4M} \sum_{m=1}^M |\phi_m^{(i)}|$, où $\phi_m^{(i)} = \frac{OD_m^{(i)} - ID_m^{(i)}}{OD_m^{(i)} + ID_m^{(i)}}$ avec $OD_m^{(i)}$ et $ID_m^{(i)}$ représentant les degrés respectifs de sortie et d'entrée du $m^{\text{ème}}$ signal (nœud) dans le réseau cérébral estimé sur le $i^{\text{ème}}$ intervalle. Plus précisément, considérons $\Theta^{(i)} = [\theta_1^{(i)}, \dots, \theta_M^{(i)}] \in \mathbb{R}^{M \times M}$ la matrice d'adjacence associée au graphe orienté associé au réseau cérébral estimé sur l'intervalle i . Nous avons alors $OD_m^{(i)} = \sum_{v=1}^M \Theta_{m,v}^{(i)}$ et $ID_m^{(i)} = \sum_{v=1}^M \Theta_{v,m}^{(i)}$ [1], où $\Theta_{m,v}^{(i)}$ désigne le $(m, v)^{\text{ème}}$ élément de Θ à l'intervalle i . Il convient de noter que la matrice d'adjacence associée à un graphe orienté est une matrice carrée asymétrique (i.e., $\Theta_{i,j} \neq \Theta_{j,i}$). Ainsi, la règle de classification pour un signal donné \mathbf{y}_m , sur l'ensemble des intervalles étudiés, est donnée par :

$$\mathbf{y}_m \in \begin{cases} O, & \text{si } \phi_m \geq \phi_{th} \\ PP, & \text{si } -\phi_{th} \leq \phi_m \leq \phi_{th} \\ PT, & \text{si } \phi_m \leq -\phi_{th} \end{cases} \quad (16)$$

La Table 1 montre la classification des 23 voies iEEG par l'expert clinique. Les deux méthodes considérées ont été testées sur les crises recueillies auprès du sujet épileptique dans l'intervalle de temps correspondant au début de la phase ictale [21s; 31s], cet intervalle étant divisé en sous-intervalles de quatre secondes avec un recouvrement de 75%. Les résultats de la classification obtenus à l'aide de la méthode ERR et de notre méthode sont présentés respectivement dans les Tables 2 et 3. Cette classification a été établie à l'aide de la règle de décision proposée dans (16) où $\phi_{th} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \phi_{th}^{(i)}$ où $\phi_{th}^{(i)}$, $1 \leq i \leq I$, désigne le seuil associé à $i^{\text{ème}}$ intervalle étudié. Concernant le seuil ϕ_m associé à la $m^{\text{ème}}$ voie, il a été calculé de la façon suivante : $\phi_m = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \phi_m^{(i)}$ avec $\phi_m^{(i)}$ le seuil obtenu pour le $i^{\text{ème}}$ intervalle étudié.

TABLE 1 : Classification des voies iEEG par l'expert clinique.

Expert	Classification	Expert	Classification	Expert	Classification	Expert	Classification
Yp1	O	Ep1	O	Zp1	PT	Pp14	PT
Yp10	O	Ep4	O	Zp11	PT	Sp1	PT
Xp1	O	Ep12	O	Jp2	PT	P15	PT
Xp7	O	Lp2	PP	Jp6	PT	J1	PT
Lp7	O	Lp11	PP	Bp1	PT	P1	PT
Pp1	O	Dp1	PP	Bp12	PT		

TABLE 2 : Classification utilisant la méthode originale.

ERR	Classification	ERR	Classification
Yp1	PP	Zp1	O
Yp10	O	Zp11	PT
Xp1	O	Jp2	PT
Xp7	O	Jp6	O
Lp7	PT	Bp1	PT
Pp1	O	Bp12	O
Ep1	O	Pp14	PP
Ep4	O	Sp1	O
Ep12	O	P15	O
Lp2	O	J1	PT
Lp11	PT	P1	PT
Dp1	PP		

TABLE 3 : Classification utilisant la méthode proposée (MP).

MP	Classification	MP	Classification
Yp1	O	Zp1	O
Yp10	O	Zp11	PT
Xp1	O	Jp2	PT
Xp7	O	Jp6	PP
Lp7	O	Bp1	PT
Pp1	O	Bp12	O
Ep1	O	Pp14	PP
Ep4	O	Sp1	O
Ep12	O	P15	O
Lp2	O	J1	PT
Lp11	PP	P1	PT
Dp1	PP		

D'après les Tables 1, 2 et 3, la méthode proposée a correctement classifié toutes les voies appartenant au groupe O, alors que la méthode ERR n'a pas pu correctement classifié Yp1 et Lp7. Notre méthode est également parvenue à identifier les voies Lp11 et Dp1 comme des voies propagatrices, contrairement à la méthode ERR qui échoue pour classier Lp11. En ce qui concerne les voies appartenant à PT, les deux méthodes rendent une classification relativement comparable. Pour les deux méthodes, la classification des voies Zp1, Bp12, Sp1 et

P15 est questionnable et doit faire l'objet d'une analyse plus poussée. Pour ce qui est de la voie Jp6, sa classe semble être mieux estimée par notre approche dans la mesure où cette voie est classée parmi les voies propagatrices, que par la méthode originale qui la considère davantage à l'origine de la crise.

5 Conclusion

Dans cet article, une nouvelle méthode d'identification de systèmes non linéaires a été proposée, avec pour application la caractérisation de réseaux épileptiques. Nos expérimentations sur signaux simulés et signaux épileptiques réels ont montré clairement une meilleure qualité d'identification du système utilisant l'approche proposée par rapport à l'approche originale. Dans la continuité de cette étude, il conviendrait de considérer les phases pré-ictale et post-ictale pour analyser l'évolution dynamique du réseau épileptogène et caractériser plus finement les réseaux mis en jeu en périodes critiques et inter-critiques. D'autre part, d'un point de vue méthodologique, il est apparu que les voies appartenant au groupe PT étaient moins bien classées que les voies appartenant aux deux autres groupes. Cette limitation est vraisemblablement due au choix de certains paramètres, choix qui pourrait être évité en envisageant une approche intégrative tout en étant basée dictionnaire. De cette façon, nous pourrions, par exemple, considérer une représentation parcimonieuse du dictionnaire initial pour la reconstruction du signal étudié. Le calcul des coefficients du modèle serait alors indépendant du choix des candidats sélectionnés par la méthode ERR.

Références

- [1] N. Biggs, E.K. Lloyd, and R.J. Wilson. Graph theory. *Oxford University Press*, pages 1736–1936, 1986.
- [2] S.A. Billings, M.J. Korenberg, and S. Chen. Identification of nonlinear output-affine systems using an orthogonal least squares algorithm. *Sheffield University*, pages 1–11, 1987.
- [3] J. Bolte, S. Sabach, and M. Teboulle. Proximal alternating linearized minimization for nonconvex and nonsmooth problems. *Mathematical Programming*, 146 :459–494, 2014.
- [4] L. Ding. Reconstructing cortical current density by exploring sparseness in the transform domain. *Physics in Medicine and Biology*, 54 :2683 – 2697, 2009.
- [5] K. Friston. Functional and effective connectivity : A review. *Brain connectivity*, 1 :13–36, 01 2011.
- [6] N.P. Galatsanos and A.K. Katsaggelos. Methods for choosing the regularization parameter and estimating the noise variance in image restoration and their relation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1(3) :322–336, 1992.
- [7] M. Greige, A. Karfoul, I. Merlet, and R. Le Bouquin Jeannès. A refined ERR-based method for nonlinear system identification. application to epilepsy. *Signal*, pages 67–71, 2023.
- [8] Jane L. Harvill and Bonnie K. Ray. Functional coefficient autoregressive models for vector time series. *Computational Statistics Data Analysis*, 50(12) :3547–3566, 2006.
- [9] C. He, C. Hu, W. Zhang, and B. Shi. A fast adaptive parameter estimation for total variation image restoration. *IEEE Transactions on Image Processing*, 23(12) :4954–4967, 2014.
- [10] S.L. Moshé, E. Perucca, P. Ryvlin, and T. Tomson. Epilepsy : new advances. *The Lancet*, 385(9971) :884–898, 2015.
- [11] W. Penfield and T.C. Erickson. Epilepsy and cerebral localization. *Charles C. Thomas*, 1941.
- [12] K. El Houari *et al.* Investigating transmembrane current source formulation for solving the ECG inverse problem. *IEEE 10th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, pages 371–375, 2018.
- [13] P.G. Sarrigiannis *et al.* Quantitative EEG analysis using error reduction ratio-causality test ; validation on simulated and real EEG data. *Clinical Neurophysiology*, 125 :32–46, 2014.
- [14] Y. Zhao, S.A. Billings, H. Wei, and P.G. Sarrigiannis. Tracking time-varying causality and directionality of information flow using an error reduction ratio test with applications to electroencephalography data. *Physical Review E*, 86(5) :1–11, 2012.