

# Nouveaux indicateurs pour la caractérisation du contenu cyclostationnaire

Anas HAD<sup>1</sup> Hugo ANDRÉ<sup>1</sup> Hervé MOREL<sup>2</sup> Jérémy JOUVE<sup>2</sup> Mohamed EL BADAOU<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université Jean Monnet, LASPI, F-42023 Saint-Etienne, France.

<sup>2</sup>Airbus Helicopters F-13725 Marignane Cedex, France

**Résumé** – L’objectif de cette étude est de proposer de nouveaux indicateurs pour évaluer le contenu cyclostationnaire des signaux de vibration provenant de machines tournantes. Les indicateurs cyclostationnaire proposés ont la capacité d’évaluer la qualité de la moyenne synchrone et de la variance synchrone avec une valeur normalisée entre 0 et 1. Les indicateurs développés sont basés sur des tests statistiques, tels les tests de Student et de Bartlett. Le test de Student est utilisé pour caractériser la présence d’une composante cyclostationnaire à l’ordre 1 pour chaque portion angulaire du cycle d’intérêt. Pour le test de Bartlett, il permet de caractériser la présence d’une composante Cyclostationnaire à l’ordre 2 pour le cycle d’intérêt. Ces nouveaux indicateurs sont appliqués à différentes bases de données avec plusieurs capteurs afin de prouver leur efficacité. Les résultats expérimentaux montrent la robustesse des indicateurs proposés et leur capacité à révéler les capteurs qui favorisent le contenu de cyclostationnarité et renforcent la détection des défauts.

**Abstract** – The aim of this study is to propose new indicators to evaluate the cyclostationary content of vibration signals from rotating machines. The proposed cyclostationary indicators have the ability to evaluate the quality of the synchronous mean and the synchronous variance with a normalized value between 0 and 1. The developed indicators are based on statistical tests, such as the Student and Bartlett tests. The Student test is used to characterize the presence of a cyclostationary component at the first order for each angular portion of the cycle of interest. The Bartlett test is used to characterize the presence of a cyclostationary component at second order for the cycle of interest. These new indicators are applied to different databases with several sensors to prove their effectiveness. The experimental results show the robustness of the proposed indicators and their ability to reveal the sensors that favor the cyclostationary content and enhance the detection of defects.

## 1 Introduction

Dans la plupart des machines tournantes, les signaux vibratoires sont cycliques et font partie des processus cyclostationnaires. Les processus cyclostationnaires sont le résultat d’un couplage entre des phénomènes périodiques et des phénomènes aléatoires et présentent des propriétés statistiques périodiques [5]. En exploitant les caractéristiques des processus cyclostationnaires, il est possible de discerner entre une information interprétable et le bruit [6]. La Moyenne Synchrone (MS) est une technique qui a attiré une attention considérable et a été largement utilisée pour extraire un signal périodique noyé dans le bruit. Le principe de cette méthode est de moyenner des valeurs de données séparées par une période exacte. La Variance Synchrone (VS) est une autre technique robuste pour faire ressortir des variations périodiques autour d’une MS. La MS et VS sont des signaux étroitement liés aux contenus cyclostationnaire d’ordre 1 et 2 (CS1 et CS2) respectivement. En général, il est souvent difficile d’évaluer la qualité de la MS ou la VS. En effet, pour chaque période de moyennage on obtient une MS et une VS qui peut contenir soit des informations soit du bruit. Bonnardot et al. [3] ont développé une méthode pour déterminer des seuils sur la MS et la VS afin de savoir si l’information est significative ou pas. Dans un autre travail [4], Coats et al. ont proposé un indicateur pour mesurer l’efficacité de la moyenne synchrone qui consiste à diviser la puissance du signal moyenné sur la puissance du résidu. Dans un travail plus récent, Antoni et al. [1] ont proposé une nouvelle famille d’indicateurs de santé capables de suivre le caractère cyclostationnaire ou non gaussien de manière indépendante.

L’objectif de ce papier est de proposer deux nouveaux indicateurs normalisés pour l’évaluation de la qualité de la MS et de la VS. Les indicateurs proposés ont un large champ d’applications selon l’utilisation. Ceci permet d’en tirer profit des propriétés cyclostationnaires pour le développement d’algorithmes efficaces dédiés au diagnostic.

Le papier est organisé comme suit : Section 2 permet de présenter la théorie derrière les indicateurs proposés. Les performances des indicateurs proposées sont validées à travers des simulations sur des données expérimentales dans la section 3. Enfin, les conclusions sont tirées dans la section 4.

## 2 Cyclostationnarité et indicateur de qualité pour la MS et la VS

### 2.1 Définitions

Un signal est caractérisé comme cyclostationnaire si ses propriétés statistiques varient périodiquement dans le temps. En effet, un signal est dit cyclostationnaire à l’ordre  $n$  au sens large si son moment d’ordre  $n$  existe et est périodique [5]. Toutefois, il est difficile de détecter ces périodicités à travers des outils classiques basés sur la stationnarité, d’où leur nom de périodicités cachées.

Les signaux acquis depuis les machines tournantes sont généralement échantillonnés à pas de temps constant. À moins que la vitesse soit stable durant l’acquisition, ces signaux ne

seront pas cyclostationnaire dans le domaine temporel. Néanmoins, ces signaux redeviennent cyclostationnaires dans le domaine angulaire. Ainsi, le ré-échantillonnage angulaire est nécessaire pour avoir des propriétés statistiques périodiques pour les signaux qui présentent des fluctuations de vitesse.

En considérant que chaque tour présente une réalisation, il est possible de définir la MS (1), le résidu (2), ainsi que la VS (3). Soit  $s(\theta)$  un signal vibratoire en fonction de l'angle  $\theta$ ,  $\Phi$  la période à laquelle on s'intéresse et  $K$  le nombre de cycles de durée  $\Phi$  :

$$\hat{m}(\theta) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} s(\theta + i \cdot \Phi) \quad (1)$$

$$\hat{r}(\theta) = s(\theta) - \hat{m}(\theta) \quad (2)$$

$$\hat{v}s(\theta) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} \hat{r}(\theta + i \cdot \Phi)^2 \quad (3)$$

La cyclostationnarité à l'ordre 1 d'un signal, traduit l'existence de sa MS. Si de plus le signal est cyclostationnaire à l'ordre deux, alors la VS va traduire une variation périodique du signal autour de sa MS.

## 2.2 Indicateur de qualité de la MS

### 2.2.1 Seuil pour la MS

Après avoir défini la MS, l'objectif est de déterminer un seuil pour vérifier si le signal est stationnaire ou cyclostationnaire.

On considère le signal  $s(\theta)$  :

$$s(\theta) = m(\theta) + cs(\theta) + b(\theta) \quad (4)$$

où  $m(\theta)$  est la MS du signal,  $cs(\theta)$  est la composante cyclostationnaire avec un ordre supérieur à un et  $b(\theta)$  est un bruit stationnaire Gaussien centré et d'écart-type  $\sigma_b$  indépendant de  $m(\theta)$  et  $cs(\theta)$ .

Dans le cas d'un signal stationnaire,  $m(\theta)$  et  $cs(\theta)$  sont égaux à 0. Ainsi, le calcul de la MS sur le bruit revient à calculer des moyennes de  $K$  points du bruit  $b(\theta)$  :

$$\hat{m}(\theta) \rightarrow \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma_b}{\sqrt{K}}\right) \quad (5)$$

D'après la formule (5), la MS tend vers 0 quand on augmente le nombre de cycles  $K$ . En résumé, la moyenne ne dépend plus de  $\theta$  et devient destructive dans le cas d'un signal stationnaire. Cependant, dans le cas d'un signal cyclostationnaire, l'estimateur de la MS  $\hat{m}(\theta)$  (1) tend vers la MS  $m(\theta)$ .

L'objectif ici est de se baser sur un test statistique pour déterminer avec un risque d'erreur  $\alpha$  si le signal est stationnaire ou cyclostationnaire.

Étant donné que dans le cas stationnaire  $\hat{m}(\theta)$  suit une loi Gaussienne d'écart-type  $\frac{\sigma_b}{\sqrt{K}}$  et qu'on utilise un estimateur pour l'écart-type  $\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{v}s(\theta) \cdot \frac{K}{K-1}}$ , la variable  $\frac{\hat{m}(\theta)}{\hat{\sigma}/\sqrt{K}}$  suit une loi Student à  $K - 1$  degrés de liberté [9]. La loi Student  $t_{\alpha}^{k-1}$  permet de déterminer l'intervalle de confiance associé à l'espérance d'une variable de loi normale de variance inconnue avec un risque  $\alpha$  :

$$\left| \frac{\hat{m}(\theta)}{\hat{\sigma}(\theta)/\sqrt{K}} \right| \leq t_{\alpha}^{k-1} \quad (6)$$

Si la composante CS1 du signal est prépondérante devant la composante CS2, l'inégalité (6) n'est plus satisfaite. Ainsi, il est possible de définir un seuil qui permet de nous dire avec un risque  $\alpha$  si le signal est stationnaire ou pas :

$$\eta_{\alpha}(\theta) = t_{\alpha}^{k-1} \cdot \frac{\hat{\sigma}(\theta)}{\sqrt{K}} \quad (7)$$

La superposition de la MS estimée et du seuil en fonction de  $\theta$  permet de voir les sections où la MS est significative ( $\hat{m}(\theta) \geq \eta_{\alpha}(\theta)$ ) et les sections où elle ne l'est pas.

Plus de détails sur les seuils de la MS se trouvent dans [3].

### 2.2.2 Indicateur de qualité proposé

Le seuil de l'équation (7) est une approche intéressante pour évaluer la MS. Cependant, cette méthode ne permet pas de comparer la qualité de l'estimation de la MS entre deux mesures indépendantes. Le but est d'illustrer la qualité d'estimation de la MS dans une seule valeur normalisée entre 0 et 1.

L'idée derrière l'indicateur proposé vient de la combinaison de la MS  $\hat{m}(\theta)$  et du seuil  $\eta_{\alpha}(\theta)$ . En effet, une bonne estimation de la MS, doit correspondre au cas où les valeurs significatives de la MS sont supérieures au seuil mais au contraire, le non respect du critère par les valeurs les plus faibles de moyenne synchrones ne doit pas être discriminant. Ainsi, l'idée ici est de calculer le rapport entre l'aire en dessous des valeurs de  $\hat{m}(\theta)$  supérieur au seuil et l'aire totale en dessous de toutes les valeurs de  $\hat{m}(\theta)$ .

En se basant sur le seuil de l'équation (7), un nouvel indicateur d'efficacité de la MS est proposé :

$$I_{\alpha} = \frac{\sum_{\theta} |\hat{m}(\theta)| \cdot \mathcal{I}_{cyc}(\hat{m}(\theta) - \eta_{\alpha}(\theta))}{\sum_{\theta} |\hat{m}(\theta)|} \quad (8)$$

Où  $\mathcal{I}_{cyc}$  représente une fonction indicatrice pour vérifier l'hypothèse de cyclostationnarité à l'ordre 1 :

$$\mathcal{I}_{cyc}(\hat{m}(\theta) - \eta_{\alpha}(\theta)) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\hat{m}(\theta)| > \eta_{\alpha}(\theta) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

Cet indicateur étant défini entre 0 et 1, il permet de comparer la qualité de l'estimation de la MS entre différents capteurs et mesures. Un autre avantage de cet indicateur, est sa capacité à introduire un risque  $\alpha$ .

## 2.3 Indicateur de qualité de la VS

Pour cet indicateur l'idée clé est d'exploiter le test de Bartlett pour comparer les  $N$  variances issues de  $N$  distributions Gaussiennes des  $K$  échantillons des  $K$  cycles. L'avantage du test de Bartlett c'est il prend en compte globalement la VS pour définir la variable :

$$\psi = \frac{3N(K-1)[\ln(\sum_{n=1}^N \hat{v}s(\theta_n)/N) - \sum_{n=1}^N \ln(\hat{v}s(\theta_n))/N]}{3N(K-1) + N + 1} \quad (10)$$

Cette variable suit une loi de Khi-deux  $\chi^2$  à  $N - 1$  degrés de liberté permettant de déterminer l'intervalle de confiance  $\chi_{\alpha}^2$  (quantile pour la loi Khi-deux) associé avec un risque  $\alpha$  [2].

Dans le cas stationnaire, les moments statistiques sont invariants dans le temps, donc les variances sont identiques : on respecte l'inégalité (11) :

$$\psi \leq \chi_\alpha^2 \quad (11)$$

Dans le cas où (11) n'est pas respecté (cas CS2), les variances ne sont pas identiques et dépendent de  $\theta$ . Ainsi, il est possible de définir un indicateur de qualité pour la VS défini entre 0 et 1 qui caractérise la présence d'une composante CS2 pour le cycle considéré :

$$I_\alpha = \exp\left(\frac{-\chi_\alpha^2}{\psi}\right) \quad (12)$$

### 3 Résultats et analyse

Dans cette partie, l'objectif est de savoir comment exploiter les indicateurs proposés pour caractériser la MS et la VS afin de comparer différents capteurs ou faire du diagnostic. Avant de calculer les indicateurs, les signaux vibratoires sont ré-échantillonnés en angle. Ceci permet d'atténuer toutes composantes non synchrones avec la vitesse de rotation et de minimiser les fluctuations.

#### 3.1 Indicateur de qualité de la MS

L'un des avantages de l'indicateur de qualité de la MS c'est qu'il permet de révéler les capteurs qui favorisent le contenu CS1. Pour confirmer cela, l'indicateur de la MS est appliqué sur des signaux vibratoires d'un réducteur chez Airbus Hélicopters. Les signaux fournis sont acquis à travers plusieurs accéléromètres montés selon différents orientations et angles. Dans les simulations, on utilise la période de la MS, calculée théoriquement en fonction des paramètres de la cinématique, pour estimer la qualité de la MS de chaque capteur.

La figure 1 illustre la superposition du seuil (7) et de la MS en fonction du nombre de tours pour deux mesures. D'après le résultat, il est clair que la MS calculée pour la première mesure est plus intéressante que la deuxième. En effet, ceci est validé par l'indicateur proposé dans l'équation (8) où nous avons 0.55 pour la première mesure contre 0.16 pour la deuxième.

Sur la figure 2, l'indicateur MS proposé est calculé sur plusieurs mesures d'un seul capteur. Les performances du nouvel indicateur sont similaires à l'indicateur de l'équipe de B. Randall "Indice de séparation" [8]. En outre, l'indicateur proposé a l'avantage d'être normalisé et peut être adapté selon les normes en déterminant un intervalle de confiance précis.

Pour tester les capteurs qui présentent des moyennes synchrones de qualité, la moyenne et la variance des valeurs de l'indicateur de MS des mesures de chaque capteur sont calculées et présentées sur la figure 3. Les capteurs qui présentent de bonnes performances avec une moyenne supérieure à 0,45 sont le S2, S4, S5, et S7. Ces capteurs sélectionnés ont été validés par Airbus Helicopters comme étant les capteurs les plus pertinents.

Ces simulations permettent aussi de montrer d'autres manières d'utiliser l'indicateur de MS proposé. Premièrement, l'indicateur peut être utilisé pour déterminer les capteurs favorisant le contenu CS1. Deuxièmement, il permet aussi de déterminer les phases les plus pertinentes pour le contenu CS1 au niveau de chaque capteur. Une autre utilité importante est

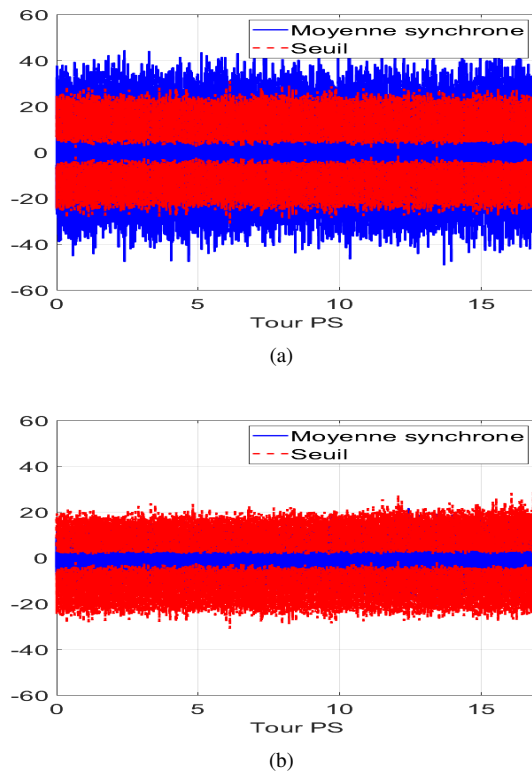


FIGURE 1 : Illustration du seuil pour la MS de deux mesures du capteur S2. (a) Fichier 1. (b) Fichier 2.

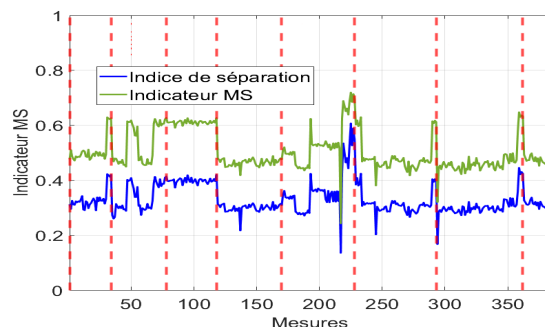


FIGURE 2 : Variation de l'indicateur proposé et l'indice de séparation sur plusieurs mesures pour le capteur S6.

l'identification des problèmes liés aux capteurs top-tour ou accéléromètre.

#### 3.2 Indicateur de qualité de la VS

Dans la pratique, un grand nombre de défauts donne lieu à un caractère CS2. Ainsi, l'indicateur de qualité de la VS peut être défini comme un indicateur de santé pour certains composants mécaniques. Les défauts de roulement font partie des phénomènes qui génèrent un contenu CS2. Pour tester l'efficacité de l'indicateur, l'indicateur de la VS est appliqué sur des signaux vibratoires de défauts de roulements de la base de données IMS.

L'expérience, montrée sur la figure 4, est décrite comme un essai de fonctionnement jusqu'à défaillance réalisé sous charge normale sur un banc d'essai. Le banc d'essai comporte quatre roulements à deux rangées avec des accéléromètres

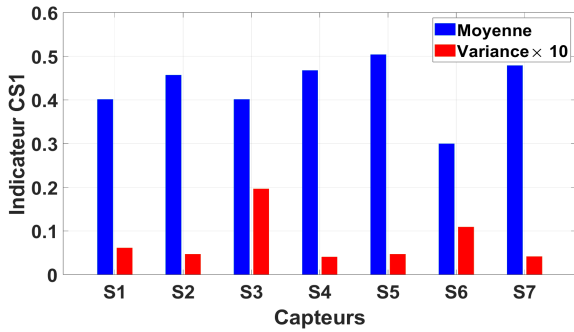


FIGURE 3 : Propriétés statistiques des valeurs de l'indicateur CS1 calculées pour les mesures de chaque capteur.

montés sur un arbre. À la fin de l'expérience, un défaut de bague externe s'est développé au cours du temps sur le premier roulement. Pour plus de détails sur l'expérience, voir [7]. Durant les simulations, la période de la VS utilisée est égale à la période de défaut sur bague externe du roulement surveillé.

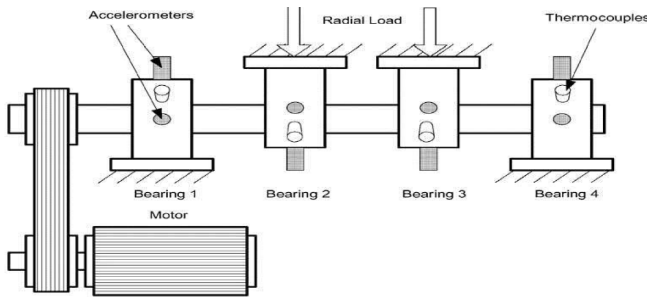


FIGURE 4 : Banc d'essai des roulements.

La figure 5 montre le résultat de l'indicateur de VS pour chaque mesure et pour chaque capteur. Au début, les valeurs de l'indicateur calculées sont centrées autour de  $1/e = 0.36$  ce qui correspond à la variable  $\psi$  de l'équation 10 qui tend vers la loi  $\chi^2$  dans le cas stationnaire. L'indicateur de VS pour le premier capteur évolue rapidement après l'apparition du défaut alors que les autres sont plus tardifs. Ceci est cohérent avec la réalité où c'est au niveau du roulement 1 que le défaut de bague externe s'est manifesté. Vers la fin de l'expérience, le défaut sur la bague externe devient plus important et il est ressenti aussi sur les autres accéléromètres d'où l'évolution de l'indicateur de ces derniers.

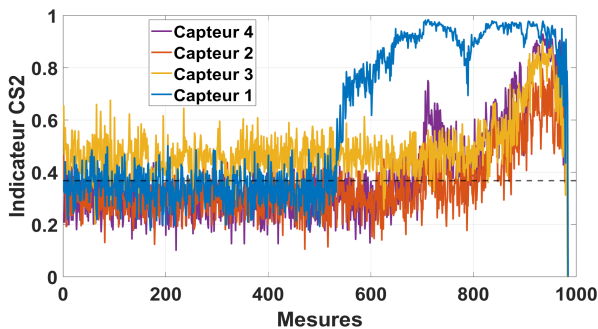


FIGURE 5 : Évolution de l'indicateur de la qualité de la VS calculés pour les mesures de chaque capteur du banc d'essai des roulements.

## 4 Conclusion

Un grand nombre de phénomènes génèrent des contenus cyclostationnaires. Cependant, caractériser le contenu cyclostationnaire reste une tâche complexe. Dans ce papier, l'objectif est de développer des indicateurs simples pour évaluer la présence du contenu cyclostationnaire à l'ordre 1 et 2. Pour le contenu CS1, l'indicateur proposé permet d'évaluer la qualité de la MS estimée à travers le test de Student. Cet indicateur exploite un seuil, obtenu par le biais du test de Student, pour définir une valeur normalisée entre 0 et 1 qui reflète la qualité de la moyenne synchrone calculée. En ce qui concerne le contenu CS2, l'indicateur développé se base sur le test de Bartlett qui permet de tester si les échantillons proviennent des distributions avec la même variance. La variable utilisée dans le test nous permet de définir un indicateur normalisé entre 0 et 1 pour évaluer la qualité de la VS estimée. L'application des indicateurs proposés sur des signaux de vibration réels permet de valider leur robustesse dans la caractérisation du contenu CS1 et CS2. Les indicateurs de qualité de la MS et de la VS ouvre plusieurs perspectives selon leur utilisation.

## Références

- [1] Jérôme ANTONI et Pietro BORGHESANI : A statistical methodology for the design of condition indicators. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 114:290–327, 2019.
- [2] Maurice Stevenson BARTLETT : Properties of sufficiency and statistical tests. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences*, 160(901):268–282, 1937.
- [3] Frédéric BONNARDOT, A AL ZOHBI, Mohamed EL BADAOUI et François GUILLET : Aide à l'interprétation des signaux cyclostationnaires. *CNR'IUT, Tarbes*, 2003.
- [4] Michael D. COATS, Nader SAWALHI et R. B. RANDALL : Extraction of tacho information from a vibration signal for improved synchronous averaging. *Annual Conference of the Australian Acoustical Society 2009 - Acoustics 2009 : Research to Consulting*, pages 187–194, 2009.
- [5] William A. GARDNER, Antonio NAPOLITANO et Luigi PAURA : Cyclostationarity : Half a century of research. *Signal Processing*, 86(4):639–697, 4 2006.
- [6] Antonio NAPOLITANO : Cyclostationarity : New trends and applications, 2016.
- [7] Hai QIU, Jay LEE, Jing LIN et Gang YU : Wavelet filter-based weak signature detection method and its application on rolling element bearing prognostics. *Journal of sound and vibration*, 289(4-5):1066–1090, 2006.
- [8] Robert B. RANDALL, Nader SAWALHI et Michael D. COATS : A comparison of methods for separation of deterministic and random signals. *International Journal of Condition Monitoring*, 1(1):11–19, 11 2011.
- [9] STUDENT : The probable error of a mean. *Biometrika*, 6(1):1–25, 1908.