

De la séparation de sources à l'analyse en composantes indépendantes, et au-delà

Christian JUTTEN, Pierre COMON

GIPSA-lab

11, rue des Mathématiques, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France

christian.jutten@grenoble-inp.fr, pierre.comon@gipsa-lab.fr

Résumé – La séparation de sources, apparue dans les années 80, a été largement étudiée en France, avec des contributions remarquables de plusieurs pionniers, le soutien du GDR ISIS et des ses directeurs. Cet article court retrace quelques étapes de cette histoire.

Abstract – Source separation, which appeared in 80s, has been widely investigated in France, with outstanding contributions of a few pioneers, support of GDR ISIS and its directors. This short paper traces a few steps of this story.

1 Un problème inspiré de la biologie

Tout a commencé à Grenoble dans le laboratoire de Traitement d'Images et de Reconnaissance de Formes (LTIRF) où Jeanny Hérault avait initié des travaux de recherche sur la modélisation du neurone et des réseaux de neurones, avec comme objectif de mieux comprendre les principes de fonctionnement du cerveau pour traiter l'information. À la fin des années 70, il était difficile de présenter ces travaux atypiques dans les conférences de traitement du signal. Aussi, en 1982, Jeanny Hérault, avec Bernard Ans et Christian Jutten, a créé les journées interdisciplinaires "Neurosciences et Sciences de l'Ingénieur", pour rassembler les chercheurs intéressés par la modélisation et la simulation du cerveau. Ces premières journées ont réuni à Grenoble une soixantaine de personnes venues de toute la France, et de toutes disciplines : neurosciences, physique, mathématiques, informatique et traitement du signal.

1.1 Décodage du mouvement humain

Durant ces journées, Ch.Jutten et J.Hérault et B. Ans ont discuté longuement avec Jean-Pierre Roll et Jean-Claude Gilhodes, qui travaillaient sur le décodage du mouvement chez les vertébrés. Lorsque nous bougeons une articulation, des capteurs "fusoriaux", localisés sur les tendons du muscle qui actionne l'articulation, mesurent l'étirement et la vitesse d'étirement du muscle. Ces informations, dites de proprioception, sont transmises au système nerveux central par deux types de fibres nerveuses : les fibres primaires et secondaires. Pour un mouvement d'une articulation à différentes vitesses constantes, on mesure sur ces fibres les signaux illustrés à la figure 1.

La figure 1.A regroupe trois tracés : en bas, le mouvement de l'articulation à vitesse constante entre deux positions (de 90 à 100 degrés) ; au milieu, le train d'impulsions (spikes) mesurées sur les fibres primaires ; en haut, la fréquence instantanée des

impulsions (i.e. l'inverse de l'intervalle de temps entre deux impulsions successives) appelée fréquencegramme. Les tracés des parties B et C sont similaires, mais correspondent à des vitesses de mouvement plus grandes. Sur les fréquencegrammes, on observe que les positions initiales et finales de l'articulation sont codées avec des fréquences instantanées différentes mais constantes, croissantes avec la position angulaire de l'articulation. Pendant le mouvement (rampe), la fréquence instantanée est augmentée, proportionnellement à la vitesse du mouvement. On obtient des tracés similaires avec les fibres secondaires. Cependant, les fibres secondaires (dynamiques) sont plus sensibles à la vitesse de l'articulation que les fibres primaires.

1.2 Modélisation

En négligeant le pic initial (au début du mouvement), on observe que la fréquence instantanée sur chaque type de fibres est un mélange pondéré de l'étirement, $p(t)$, et de la vitesse d'étirement, $v(t)$, du muscle. La fréquence, $f_I(t)$, des fibres primaires (statiques) est plus sensible à l'étirement, alors que la fréquence, $f_{II}(t)$, des fibres secondaires (dynamiques) est plus sensible à la vitesse d'étirement. Ch. Jutten et J. Hérault et B. Ans ont alors proposé le modèle linéaire très simple suivant :

$$\begin{cases} f_I(t) &= a_{11}p(t) + a_{12}v(t) \\ f_{II}(t) &= a_{21}p(t) + a_{22}v(t) \end{cases} \quad (1)$$

Dans cette équation, on mesure seulement les fréquences $f_I(t)$ et $f_{II}(t)$, les autres quantités sont inconnues. Les a_{ij} modélisent les gains inconnus des fibres à l'étirement ($p(t)$) et à la vitesse d'étirement ($v(t)$). Puisque les fibres primaires sont plus sensibles à l'étirement qu'à la vitesse d'étirement, on a l'hypothèse :

$$a_{11} > a_{21} \text{ et } a_{22} > a_{12}. \quad (2)$$

En notant $\mathbf{x}(t) = [f_I(t), f_{II}(t)]^T$, \mathbf{A} la matrice 2×2 de

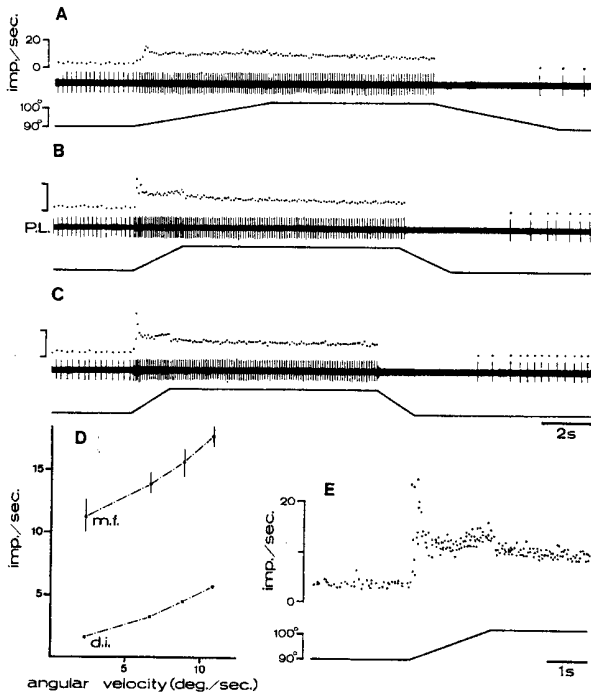


FIGURE 1 – Mesures sur les fibres primaires. (A, B et C) Réponses pour un mouvement avec trois vitesses angulaires différentes. (D) Fréquence instantanée en fonction de la vitesse angulaire de l'articulation. (E) Superposition de plusieurs réponses pour une même vitesse angulaire. Repris de Roll [1].

coefficients a_{ij} , et $\mathbf{s}(t) = [p(t), v(t)]^T$, (1) peut s'écrire sous la forme compacte :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t), \quad (3)$$

où \mathbf{A} et $\mathbf{s}(t)$ sont inconnus. Dans ces conditions, la question était la suivante : est-il possible d'estimer les signaux sources $\mathbf{s}(t)$ à partir de la seule mesure de $\mathbf{x}(t)$? Et si oui, comment ?

1.3 Première solution

Compte tenu de l'équation (2), on peut déduire que la matrice \mathbf{A} est inversible. Ainsi l'estimation des caractéristiques du mouvement pourrait se faire en estimant une matrice \mathbf{B} , inverse de \mathbf{A} , ce qui est justifié en l'absence de bruit [23] :

$$\hat{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t). \quad (4)$$

Pour estimer \mathbf{B} , Ch. Jutten et J. Héroult ont fait l'hypothèse que la position $p(t)$ et la vitesse $v(t)$ étaient statistiquement indépendantes¹, et proposé de piloter l'estimation de \mathbf{B} de façon à retrouver cette propriété sur les sources estimées. Ainsi, ils ont introduit une mesure d'indépendance statistique entre les composantes de $\hat{\mathbf{s}}(t)$. La décorrélation $J = E[\hat{p}(t)\hat{v}(t)]$ ne

1. Même si on a la relation fonctionnelle $v(t) = dp(t)/dt$, ces quantités ont été considérées comme indépendantes. Cette hypothèse se justifie par le fait qu'une seule date t est prise en compte à la fois, considérée comme une réalisation des variables aléatoires p et v , qui ne sont donc pas traitées comme des processus. Autrement dit, la connaissance de la position p à une seule date t ne donne aucune information sur la vitesse v , et réciproquement.

fournit pas assez d'équations en raison de la symétrie ; ils ont alors proposé en 1985 le critère :

$$J = E[f(\hat{p}(t))g(\hat{v}(t))], \quad (5)$$

où $f(\cdot)$ et $g(\cdot)$ sont deux fonctions nonlinéaires impaires différentes, impliquant implicitement des statistiques d'ordre supérieur à deux.

Ces résultats ont été présentées au GRETSI en 1985 [2], et à Neural Networks for Computing (qui est ensuite devenu NIPS) en 1986 [3], puis un peu plus tard dans le journal *Signal Processing* [4, 5]. Mais, il restait beaucoup à comprendre !

2 Contexte scientifique des années 80

En 1982, quand on s'intéressait aux modèles mathématiques du cerveau, on connaissait le modèle de McCulloch et Pitts, le perceptron de Rosenblatt (1957), le Neocognitron de Fukushima (1980). Les travaux de Kohonen sur les cartes auto-organisatrices et les modèles de Hopfield venaient juste de paraître (1982). La naissance du perceptron multi-couches et de la rétropropagation du gradient était à venir (1986). Dans la communauté réseaux de neurones artificiels, nos travaux ont retenu l'attention de quelques chercheurs, mais ont été occultés par toutes ces avancées.

Dans la communauté signal, l'hypothèse de gaussianité des signaux et du bruit était dominante de sorte que les statistiques d'ordre deux (SOS) étaient privilégiées et la décorrélation même confondue avec l'indépendance statistique. Par ailleurs, dans ce contexte de SOS, des travaux avaient montré que le problème que nous abordions n'était pas soluble [6][23, ch.1].

L'accueil au GRETSI 85 a donc été empreint de surprise voire de scepticisme ! Il faut dire que le titre du papier [2] était peu explicite : le terme Independent Component Analysis (ICA) n'interviendra que plus tard, en 1987 [7], avant d'être formalisé rigoureusement par P. Comon dans le colloque de Chamrousse en 1991 puis dans *Signal Processing* en 1994 [10].

3 Quelques notes historiques

3.1 Quelques pionniers

À la suite du GRETSI 85, Laurent Kopp intrigué par le papier [2], avait chargé Pierre Comon, récemment embauché à Thomson Sintra, de comprendre pourquoi et comment l'algorithme marchait. En parallèle, J-L. Lacoume encadrait deux thèses au CEPHAG, d'abord celle de P. Ruiz qui a mis en évidence en 1988 l'apport des cumulants [9], puis celle de M. Gaeta qui a proposé d'approximer la vraisemblance par un développement de Gram-Charlier [12]. En 1987, Jean-François Cardoso, après une visite à Grenoble, s'est aussi intéressé au problème. P. Comon et J-F. Cardoso ont été des pionniers dans la compréhension théorique de l'ICA et dans la proposition de nouvelles idées : rôle des cumulants [8], décomposition tensorielle [11, 10], diagonalisation conjointe [13, 14], concept d'équivariance [15]... D.T. Pham a eu quant à lui le mérite de souligner le rôle de la fonction score dans la vraisemblance dès 1996 [16].

3.2 Soutien en France et en Europe

Au sein du Groupe de Recherche Coordonnées "Systèmes Adaptatifs en Robotique et Traitement du Signal et Automatique" (GRECO SARTA), créé en 1984 pour 4 ans, une réflexion sur le traitement du signal et des images aboutit en 1988 à la création du GdR TDSI (Traitement du signal et de l'image), dirigé par Claude Gueguen puis Odile Macchi, qui deviendra plus tard le GdR ISIS. De 1988 à 1993, le GT 9 "Ordres Supérieurs" est très animé autour de la non-gaussianité, des statistiques d'ordre supérieur à deux (HOS pour Higher Order Statistics), et de la séparation de sources. Sous la houlette de Jean-François Cardoso, de 1990 et 1997, de nombreuses journées sont organisées chaque année. Ce GT a ensuite été animé par Eric Moreau avec une forte activité jusqu'au milieu des années 2000. Par ailleurs Philippe Loubaton a animé le GT "multivariable" sur la déconvolution aveugle multivariée de 1996 à 1997, avec l'organisation de plusieurs journées sur la séparation de mélanges convolutifs. Enfin entre 1991 et 1995, le groupe de travail ATHOS (Advanced Topics in High Order Statistics), financé par la Commission Européenne et conduit par Pierre Comon, a contribué à promouvoir les HOS, la séparation de sources et l'ICA dans la communauté signal en Europe.

3.3 Workshops

L'intérêt pour la non gaussianité s'est concrétisé en fin des années 80, avec un premier colloque sur les statistiques d'ordres supérieurs à deux (HOS pour High Order Statistics) à Vail (USA) en 1989, puis le second à Chamrousse en 1991. Durant ces workshops bisannuels HOS, de nombreuses contributions sur l'ICA sont présentées. Dans les conférences sur les réseaux de neurones, le thème existe mais reste un peu marginal, jusqu'au milieu des années 90 avec INFOMAX (1995) de Bell et Sejnowsky [17] et FastICA (1999) d'Hyvärinen [18].

Les acronymes BSS et ICA tardent à rentrer dans les EDICS d'IEEE SP Society : ce sera fait seulement en 2003. Entre temps, le premier workshop ICA est organisé à Aussois en janvier 1999 par Jean-François Cardoso, Philippe Loubaton et Christian Jutten. Dans cette petite station des Alpes, 130 scientifiques venus du monde entier viennent passer une semaine. Ce workshop aura lieu environ tous les deux ans, jusqu'en 2019 : Helsinki (Finlande) en 2000, San Diego (USA) en 2001, Nara (Japon) en 2003, Granada (Espagne) en 2004, Southampton (UK) en 2005, Charleston (USA) en 2006, Londres en 2007, Paraty (Brésil) en 2009, Saint-Malo en 2010, ..., 2017 à Grenoble. Dans le cadre de ces workshops, on peut noter l'organisation d'une compétition internationale de séparation de signaux audio, lancée à la suite d'un projet (soutenu par le GDR ISIS) de Rémi Gribonval, Cédric Févotte et Emmanuel Vincent [19].

4 Quelques résultats remarquables

4.1 Idées fondamentales

Un résultat de G.Darmois [23, ch.9] fournit une réponse précise sur la séparabilité fondée sur l'indépendance statistique.

Soit $\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s}$, un vecteur aléatoire égal au produit d'une matrice inversible (inconnue) \mathbf{A} , et d'un vecteur aléatoire (inconnu) \mathbf{s} dont les composantes (les sources) sont des variables aléatoires mutuellement indépendantes. L'estimation de \mathbf{s} à partir de \mathbf{x} est impossible pour les composantes de \mathbf{s} qui sont gaussiennes indépendantes, blanches et stationnaires (iid).

Ce résultat conduit à deux approches fondamentalement différentes :

1. Si les sources sont des variables aléatoires **iid et non gaussiennes**, la solution conduit à l'ICA et requiert l'utilisation de statistiques d'ordre supérieur à deux. La prise en compte des liens entre échantillons successifs n'est pas nécessaire, mais la limitation est de ne pas pouvoir séparer des signaux gaussiens.
2. Si les sources sont des variables aléatoires **non iid**, on distingue deux cas simples : les sources sont soit des signaux colorés (échantillons successifs **dépendants**) [14] soit non stationnaires (échantillons successifs **non identiquement distribués**) [20]. L'avantage est la résolution avec des statistiques d'ordre deux, la limitation est de nécessiter des conditions supplémentaires sur l'autocorrélation (signaux colorés) ou le profil de variances (signaux non stationnaires) des sources.

À partir de ces résultats, Comon et Cardoso ont proposé des cadres théoriques rigoureux, qui soulignent les limites d'identifiabilité et le rôle du blanchiment à l'ordre 2 de \mathbf{x} . Dans [10], il s'agissait de minimiser l'information mutuelle des composantes de $\hat{\mathbf{s}}$, tout en permettant au modèle (3) d'être perturbé par un bruit additif de distribution inconnue. P. Comon a montré que cette information mutuelle peut être approximée par un développement de Edgeworth, ce qui permet de concevoir un algorithme peu coûteux basé sur les cumulants de \mathbf{x} . Dans [21], J.-F. Cardoso proposait d'estimer \mathbf{A} en maximisant une vraisemblance empirique construite sur les échantillons $\mathbf{x}(t)$. Cette approche est très éclairante car elle permet d'inclure la connaissance éventuelle de la distribution des sources, et fait le lien avec *Infomax* et l'information mutuelle (en l'absence de bruit).

4.2 Au-delà des mélanges linéaires instantanés

Le modèle linéaire (1) demande à être amélioré pour certaines applications. Par exemple, dans le cas de signaux audio (musique, parole) enregistrés sur des microphones, il faut tenir compte de la propagation des sons entre les sources et les microphones. La matrice de mélange \mathbf{A} doit être remplacée par une matrice dont les coefficients sont des filtres : on a alors des mélanges linéaires convolutifs [22] [23, ch.8].

Dans d'autres applications, la relation entre les signaux mesurés sur les capteurs et les sources n'est pas linéaire. Dans le cas général, les sources ne peuvent être estimées qu'à une fonction non-linéaire indéterminée près ! Cependant, sur des mélanges particuliers, post-nonlinéaires ou bilinéaires, des résultats d'identifiabilité et des algorithmes existent [23, ch.14].

4.3 De la séparation de sources à la NMF

Soit un ensemble d'observations de la forme $\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{s}_t$, $t = 1, \dots, T$. En posant $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T]^T$ et $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_T]^T$, la séparation de sources revient à résoudre le problème de factorisation matricielle :

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S}, \quad (6)$$

où \mathbf{A} et \mathbf{S} sont inconnues. Sous l'hypothèse de non-négativité des sources et des coefficients du mélange, (6) revient à une factorisation en matrices non-négatives (NMF) [23, ch.13]. La non-négativité est en particulier une hypothèse courante en imagerie hyperspectrale, ou dans le cas de signaux audio représentés par les spectres de puissance.

4.4 Mélanges sous-déterminés et parcimonie.

Lorsque le nombre de capteurs (taille de \mathbf{x}) est plus petit que le nombre de sources (taille de \mathbf{s}), la matrice de mélange \mathbf{A} est rectangulaire et non inversible. Dans un tel cas, elle peut être identifiée malgré tout sous des hypothèses assez faibles [23, ch.9]. Par contre, même si \mathbf{A} est connue, l'estimation de \mathbf{s} reste un problème très difficile. On peut cependant le résoudre en considérant le caractère discret des sources [22], ou la propriété de parcimonie (présence intermittente des sources). Cette dernière question a été abordée par de nombreux chercheurs, avec des résultats d'identifiabilité de Donoho et al. et de Gribonval et al. [23, ch.10], et avec des algorithmes et des applications en séparation audio ou en imagerie hyperspectrale.

5 Discussion

La séparation de sources est un problème qui trouve des applications dans de nombreux domaines : médecine, audio, imagerie hyperspectrale, télécommunications, chimie, etc. Les solutions exploitent toujours plusieurs formes de diversité : diversité spatiale en jouant sur le nombre de capteurs, diversité temporelle en jouant sur la coloration ou la non-stationarité des sources, ou d'autres a priori comme la non négativité, la parcimonie, ou le caractère discret. Nous recommandons la lecture de la version longue du présent article [24], plus précise et complète.

Les travaux dans ce domaine ont été primés avec de nombreux Best Paper Awards, plusieurs grand prix, deux Médailles d'argent du CNRS, et plusieurs projets ERC. N'oublions pas la une du Washington Post en 2013 avec une image du rayonnement cosmique de l'univers obtenue par les travaux de Cardoso à partir des signaux de la mission Planck.

Références

[1] J.-P. Roll. Contribution à la proprioception musculaire, à la perception et au contrôle du mouvement chez l'homme. *Thèse de l'Université d'Aix-Marseille 1*, 1981.

[2] J. Héroult, C. Jutten, B. Ans. Détection de grandeurs primitives dans un message composite par une architecture de calcul neuromimétique en apprentissage non supervisé. *GRETSI*, 1017–1022, Nice, mai 1985.

[3] J. Héroult, C. Jutten. Space or time adaptive signal processing by neural network models. *Int. Conf. on Neural Networks for Computing*, Snowbird (Utah), 206–211, 1986.

[4] C. Jutten, J. Héroult, Blind separation of sources, part I : An adaptive algorithm based on neuromimetic architecture. *Signal Processing*, 24(1) :1–10, 1991.

[5] P. Comon, C. Jutten, J. Héroult, Blind separation of sources, part II : problems statement. *Signal Processing*, 24(1) :11–20, 1991.

[6] G. Bienvenu, L. Kopp. Optimality of high-resolution array processing using the eigenvalue approach. *IEEE Trans. ASSP*, 31(5) :1235–48, 1983.

[7] C. Jutten. Calcul neuromimétique et traitement du signal : analyse en composantes indépendantes. *Thèse d'état de l'Univ. Joseph Fourier et de l'INP Grenoble*, 1981.

[8] P. Comon. Separation of Stochastic Processes. *Proc. Workshop on Higher-Order Spectral Analysis*, Vail, Colorado, June 28-30. 174–179, 1989.

[9] P. Ruiz, J. I. Lacoume. Extraction of independent sources from correlated inputs. *Proc. Workshop on Higher-Order Spectral Analysis*, Vail, Colorado, June 28-30. 146–151, 1989.

[10] P. Comon. Independent Component Analysis, a New concept? *Signal Processing*, 36 :287–314, 1994.

[11] J.-F. Cardoso, P. Comon. Tensor based independent component analysis. *Proc. EUSIPCO*, Barcelona, 673–676, 1990.

[12] M. Gaeta, J. L. Lacoume. Source Separation Without A Priori Knowledge : the Maximum Likelihood Solution. *Proc. EUSIPCO*, Barcelona. 621–624, 1990.

[13] J.-F. Cardoso, A. Souloumiac. Blind Beamforming for non-Gaussian Signals. *IEE proceedings F (radar and signal processing)*, 140(6) :362–70, 1993.

[14] A. Belouchrani, K. Abed-Meraim, J.-F. Cardoso, E. Moulines. A blind source separation technique using second-order statistics. *IEEE Trans. on SP*, 45(2) :334–344, 1997.

[15] J.-F. Cardoso, B. Laheld. Equivariant adaptive source separation. *IEEE Trans. on SP*, 44(12) :3017–3030, 1996.

[16] D. T. Pham. Blind separation of instantaneous mixture of sources via an independent component analysis. *IEEE Trans. Sig. Proc.*, 44(11) :2768–2779, 1996.

[17] A. Bell, T. Sejnowski. An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution. *Neural Comput.*, 7(6) :1129–59, 1995.

[18] A. Hyvärinen. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. *IEEE Trans. Neural Networks*. 10(3) :626–634, 1999.

[19] E. Vincent, R. Gribonval, C. Févotte. Performance measurement in blind audio source separation. *IEEE Trans. Audio Speech Lang. Proc.*, 14(4) :1462–69, 2006.

[20] D.-T. Pham and J.-F. Cardoso. Blind separation of instantaneous mixtures of nonstationary sources. *IEEE Trans. on SP*, 49(9) :1837–1848, 2001.

[21] J.-F. Cardoso. Blind signal separation : statistical principles. *Proceedings of the IEEE*, 86(10) :2009–2025, 1998.

[22] P. Comon. Contrasts, Independent Component Analysis, and Blind Deconvolution. *Int. J. Adapt. Control Sig. Proc.*, Wiley, 18(3) :225–243, 2004.

[23] P. Comon, C. Jutten (Eds.). Handbook of Blind Source Separation. *Academic Press, Elsevier*, 2010.

[24] C. Jutten and P. Comon, De la séparation de sources à l'analyse en composantes indépendantes et au-delà, mars 2023. Version longue : hal-04106245.