

Super-résolution pour les lidars vent hétérodynes par approche inverse

Théo MARTIN¹ Matthieu VALLA¹ Laurent MUGNIER¹ Pierre E. ALLAIN² Amélie LESSUISE¹ David Tomline MICHEL¹

¹DOTA, ONERA, Université Paris-Saclay, 6 Chemin de la Vauve aux Granges, CS 90101, 91123 Palaiseau Cedex, France

²Vaisala France, Tech Park, 6A Rue René Razel, 91400 Saclay, France

Résumé – Les méthodes de traitement du signal actuellement utilisées limitent la résolution spatiale des mesures de vitesse de vent par lidars hétérodynes. Cette limite en résolution est de l'ordre de $c\tau$ (avec c la vitesse de la lumière, et τ la longueur de l'impulsion laser), ce qui correspond à la longueur du volume atmosphérique contribuant à chaque mesure de vitesse. Nous présentons une nouvelle approche par méthode inverse qui permet de franchir cette limite. Celle-ci est fondée sur une modélisation du spectrogramme (concaténation des périodogrammes sur l'ensemble des distances) comme la convolution d'une fonction parcimonieuse 1D par une réponse impulsionnelle 2D. Les simulations montrent une réduction de l'erreur sur la vitesse restituée d'un facteur 3,5 pour $c\tau = 75$ m et une structure de vent de taille 17 m par rapport aux algorithmes actuels.

Abstract – Current signal processing methods limit spatial resolution of wind speed measurement using heterodyne lidars. This resolution limit is about $c\tau$ (c the speed of light, and τ the laser pulse duration), corresponding to the length of atmospheric volume that contribute to each measured velocity. We present a new approach using an inverse method to go beyond this limit. It uses a modeling of the spectrogram (concatenation of periodograms from every range) as the convolution of 1D parsimonious function with a 2D impulse response. Simulations show a 3.5 factor reduction of the error in the estimated speed for $c\tau = 75$ m and a wind structure size of 17 m compared to current algorithms.

1 Introduction

L'amélioration de la résolution spatiale de la mesure de vent à distance est importante pour de nombreuses thématiques physiques, notamment pour la météorologie [1], dans les aéroports pour mesurer les rafales de vent [2, 3], ou pour les éoliennes dont le rendement peut être optimisé [4]. Pour réaliser la mesure on utilise typiquement un lidar impulsionnel à $1.55 \mu\text{m}$. A chaque tir, celui-ci émet une impulsion laser dans l'atmosphère, collecte l'onde rétrodiffusée par les particules et mesure le décalage en fréquence par effet Doppler à une distance z pour en déduire la vitesse des particules projetée sur l'axe lidar. Le décalage Doppler en fréquence f_{dop} est reliée à la vitesse projetée sur l'axe lidar $v_{//}$ par la relation $f_{dop}(z) = 2v_{//}(z)/\lambda$ avec λ la longueur d'onde du laser [Fig 1a)]. L'utilisation d'impulsions permet de résoudre spatialement la mesure : la lumière qui s'est rétrodiffusée à une distance z parcourt le trajet aller-retour en un temps $2z/c$, où c est la vitesse de la lumière.

Pour déterminer $f_{dop}(z)$, l'onde rétrodiffusée est mélangée à un prélèvement du laser (oscillateur local) afin de mesurer le battement hétérodyne (i_{het}) sur le détecteur [Fig 1b)]. Celui-ci a une fréquence $\Delta f(z) = f_{MAO} + f_{dop}(z)$ car l'impulsion émise a été décalée en fréquence par un modulateur acousto-optique de fréquence f_{MAO} . Ce décalage en fréquence permet de distinguer les vitesses positives des vitesses négatives pour $|v_{//}| < f_{MAO}\lambda/2$ puisqu'elles résulteront en des fréquences positives différentes. Il est ensuite nécessaire de développer des algorithmes de traitement de signal pour déterminer l'évolution temporelle de la fréquence de battement et en déduire la vitesse résolue spatialement. À noter que l'amélioration de ces algorithmes est particulièrement intéressante car cela permet d'améliorer les performances du lidar sans avoir à modifier le hardware, et donc avec une implication sur le coût et la taille

de l'instrument limitée.

Pour déterminer cette fréquence en chaque point de z de l'espace (où $z = 0$ correspond à la position de l'optique), les algorithmes actuels multiplient l'intensité hétérodyne par une porte temporelle de largeur τ_{porte} centrée en $t = 2z/c$, afin d'isoler la lumière rétrodiffusée venant de la région entre $z - c\tau_{porte}/2$ et $z + c\tau_{porte}/2$, où $t = 0$ correspond au passage du centre de l'impulsion dans l'optique de sortie du lidar. Le périodogramme [Fig 1c)] est ensuite calculé afin de déterminer le décalage fréquentiel dominant. Les vitesses projetées le long de l'axe de visée lidar sont ensuite déduites des fréquences dominantes estimées sur le spectrogramme [Fig 1d)], formé par la concaténation des périodogrammes.

Il existe plusieurs méthodes d'estimation du décalage fréquentiel dominant : maximum, barycentre, fit gaussien, inversion de Fourier [5, 6, 7] ou fit de type "Maximum Likelihood Estimator" (MLE) tranche par tranche [8, 5]. Cependant, ces traitements sont effectués indépendamment pour chaque tranche d'atmosphère, alors qu'en chaque instant t , le signal reçu par le détecteur provient de la fin de l'impulsion (de durée τ) émise en $t = \tau/2$ et réfléchi en $z = c(t + \tau/2)/2$ et du début de l'impulsion émise en $t = -\tau/2$ et réfléchi en $z = c(t - \tau/2)/2$, soit une longueur $c\tau/2$. De plus comme le périodogramme est calculé sur une largeur de porte τ_{porte} , l'impulsion laser parcourt une distance supplémentaire $c\tau_{porte}/2$. Ainsi le volume total contribuant au périodogramme est donc de longueur $c(\tau_{porte} + \tau)/2$. Comme généralement il est choisi $\tau_{porte} \approx \tau$, le signal contribuant à chaque spectre, provient d'une région de longueur $c\tau$ de l'atmosphère [3][9]. Ainsi il existe une limite inhérente de résolution aux approches évoquées ci-dessus de l'ordre de $c\tau$. Nous parlons de super-résolution car le modèle et l'algorithme présentés permettent d'aller plus loin que cette résolution de $c\tau$, notamment car ils

traitement de façon non indépendante le spectrogramme.

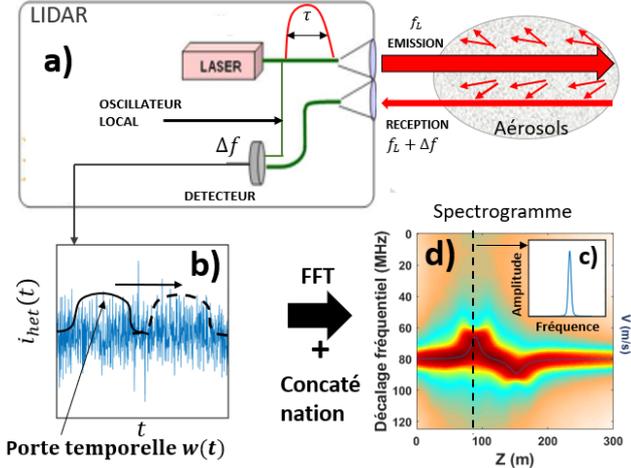


FIGURE 1 : Schéma du lidar hétérodyne. a) Architecture du lidar. b) Exemple de signal hétérodyne. c) Périodogramme extrait du spectrogramme. d) Spectrogramme d'un vortex. FFT : Fast Fourier Transform

Dans cet article nous présentons une nouvelle méthode par approche inverse permettant d'extraire le profil de vitesse de l'atmosphère. Celle-ci est basée sur une modélisation du spectrogramme lidar. Nous établissons dans une première partie la modélisation du spectrogramme dans le cas où l'on considère des variables de temps, d'espace et de fréquence continues. Dans une seconde partie ces résultats sont utilisés pour mettre en place une méthode d'inversion et les équations sont extrapolées pour prendre en compte l'aspect discret des mesures. Celle-ci est enfin testée sur une structure de vent de type vortex.

2 Modélisation du spectrogramme

Dans cette partie, nous développons d'abord un modèle du courant hétérodyne. Ensuite nous en déduisons un modèle du spectrogramme, lequel résulte de la moyenne temporelle des périodogrammes du courant hétérodyne multiplié par une porte glissante.

2.1 Courant hétérodyne

Le courant hétérodyne s'exprime à partir du mélange du champ électrique rétrodiffusé avec le champ de l'oscillateur local sur le détecteur. Le courant hétérodyne est donné par :

$$i_{het}(t) = S.Re \left(\int E_r(\vec{r}_r, 0, t) \overline{E_{ol}(\vec{r}_r, 0)} d\vec{r}_r \right) \quad (1)$$

avec E_r le champ électrique rétrodiffusé et E_{ol} le champ électrique de l'oscillateur local tout deux définis dans l'optique de réception, $\bar{\cdot}$ l'opérateur désignant le complexe conjugué, \vec{r}_r le vecteur transverse dans le plan de l'optique, avec une constante $S = 2s\epsilon_0 c$ avec s la sensibilité du détecteur, ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide.

Le champ rétrodiffusé est la somme des contributions de chaque tranche d'atmosphère décalée en fréquence par $\Delta f(z)$

[10] et d'amplitude aléatoire selon le speckle. Celui-ci est représenté par la somme des phases aléatoires (uniforme sur $[0, 2\pi]$) de chacune des rétrodiffusions de la tranche en z . En développant l'expression des champs, nous pouvons réécrire le courant hétérodyne non bruité sous la forme suivante :

$$i_{het}(t) = S.Re \left(\int h_z \left(\frac{ct}{2} - z \right) \sqrt{A(z)} U(z) e^{2j\pi \Delta f(z)t} dz \right) \quad (2)$$

où h_z est l'impulsion laser définie spatialement, et la somme de la réponse en amplitude de toutes les particules de l'atmosphère définie par $\sqrt{A(z)} U(z)$ où $U(z)$ est une variable aléatoire gaussienne centrée de variance 1, et $A(z)$ la variance de la réponse. Le nombre de particules rétrodiffusant dans une tranche située en z varie de quelques dizaines (ciel clair en très haute altitude) à plusieurs dizaines de milliers pour une éolienne au sol. Ces nombres très élevés assurent selon le théorème central limite la validité de l'approximation gaussienne de la variable aléatoire.

2.2 Modèle du spectrogramme

Maintenant que nous possédons l'expression du courant hétérodyne, nous calculons le spectrogramme comme la concaténation des périodogrammes :

$$S_{model}(Z, f) = c^2 \left\langle \left| \text{TF}_t \left[w_z \left(\frac{ct}{2} - Z \right) i_{het_n}(t) \right] (f) \right|^2 \right\rangle \quad (3)$$

avec w_z la porte d'analyse définie spatialement, TF l'opérateur de Transformée de Fourier, t l'indice de temps, n l'indice caractérisant le numéro du tir, et $\langle \cdot \rangle$ l'opérateur moyenne sur un nombre supposé infini de tirs. Dans ce modèle, nous négligeons les différents bruit notamment de convergence (différence entre moyenne sur un nombre fini et un nombre infini), de speckle et de photons. Ces bruits seront modélisés dans une étude ultérieure.

Comme nous n'observons que les fréquences positives dans le spectrogramme, nous pourrions considérer le courant hétérodyne comme complexe en s'affranchissant de la partie réelle. De plus les tranches d'atmosphère étant décorréliées entre elles [10], les termes croisés proportionnels à $\langle U_n(z) U_n(z') \rangle$ sont nuls pour des tranches d'atmosphère différentes ($z \neq z'$) car $U_n(z)$ est une variable aléatoire gaussienne centrée. Ce qui donne l'expression suivante :

$$S_{model}(z, f) = S' \int A(z') \langle |U_n(z')|^2 \rangle \times \left| \text{TF}_t \left[w_z \left(\frac{ct}{2} - z \right) h_z \left(\frac{ct}{2} - z' \right) e^{2j\pi \Delta f(z')t} \right] (f) \right|^2 dz' \quad (4)$$

avec $S' = S c^2$.

Or $\langle |U_n(z)|^2 \rangle$ est la variance de $U(z)$ et est définie égale à 1. Par ailleurs nous pouvons décomposer la TF d'un produit de fonctions en produit de convolution des TF. Or la TF d'une fonction multipliée par une rampe de phase de fréquence

$\Delta f(z)$ est égale à la TF de la fonction décalée en $\Delta f(z)$, faisant apparaître une première convolution en fréquence :

$$S_{\text{modél}}(z, f) = S' \times \int \left| \text{TF}_t \left[w_z \left(\frac{ct}{2} - z \right) h_z \left(\frac{ct}{2} - z' \right) \right] \right|^2 *_f \delta_{\Delta f(z)}(f) A(z') dz' \quad (5)$$

avec $*_f$ l'opérateur de convolution dans la dimension fréquentielle. On pose maintenant :

$$\text{PSF}(z, f) = \left| \text{TF}_t \left[w_z \left(\frac{ct}{2} - z \right) h_z \left(\frac{ct}{2} \right) \right] \right|^2 (f)$$

Pour faire apparaître la convolution en deux dimensions, le produit de convolution fréquentiel est développé sous forme intégrale dans l'expression du spectrogramme :

$$S_{\text{modél}}(z, f) = S' \times \iint \text{PSF}(z - z', f - f') A(z') \delta_{\Delta f(z)}(f') dz' df' \quad (6)$$

Le spectrogramme $S_{\text{modél}}(z, f)$ peut donc se modéliser comme un produit de convolution en deux dimensions :

$$S_{\text{modél}}(z, f) = S' \cdot [\text{PSF} * o](z, f) \quad (7)$$

- La fonction $o(z, f) = A(z) \delta_{\Delta f(z)}(f)$, que nous qualifierons de parcimonieuse parce qu'elle est réduite à un Dirac fréquentiel pour chaque distance (1D). Autrement dit la connaissance de cette fonction de deux variables se ramène à celle de deux fonctions d'une variable z , l'amplitude $A(z)$ et le décalage fréquentiel $\Delta f(z)$.
- $\text{PSF}(z, f)$ qui est le spectrogramme d'une cible ponctuelle immobile placée en $z' = 0$. Il s'agit de la réponse impulsionnelle du lidar [Fig 2b)].

3 Méthode d'inversion

À notre connaissance, cette modélisation du spectrogramme par une convolution en deux dimensions n'existe pas dans la communauté lidar et constitue un travail original. Dans la suite, nous allons construire un algorithme d'inversion adapté au caractère parcimonieux de l'objet atmosphère. Pour cela, nous commencerons par étendre la convolution à des données discrètes. En effet les données réelles sont discrètes notamment en raison de l'échantillonnage temporel de la carte d'acquisition. On en déduit ensuite un algorithme d'inversion. Enfin, on applique cet algorithme à des données simulées pour analyser le gain en résolution spatiale obtenu.

3.1 Modélisation discrète du spectrogramme

La figure 2a) représente la réponse impulsionnelle discrétisée pour un signal expérimental échantillonné temporellement à $F_{ech} = 250$ MHz. Cela induit en échantillonnage en z de $c/2F_{ech} = 0,6$ m. Le lidar utilise des impulsions carrées de 250 ns et les périodogrammes sont calculés avec une porte d'analyse gaussienne de largeur pied à pied de $\tau_{porte} = 250$ ns. Nous obtenons donc un échantillonnage en fréquence de $1/\tau_{porte} = 4$ MHz.

La figure 2b) représente la fonction parcimonieuse discrétisée décrivant une fréquence et une amplitude pour chaque z . Afin de prendre en compte le décalage subpixelique en fréquence δf de la réponse impulsionnelle discrétisée, celle-ci est multipliée par $\text{sinc}(2\pi\delta f\tau_{porte})$ ce qui correspond dans l'espace de Fourier à un décalage de δf .

La figure 2c) correspond au spectrogramme sans bruit obtenu par convolution des deux précédentes fonctions.

3.2 Approche adoptée

L'algorithme d'inversion minimise le critère de moindres carrés entre le spectrogramme expérimental, obtenu par simulation ou mesuré par un lidar, et un spectrogramme modèle calculé à partir de la PSF et des variables $A(z)$ et $\Delta f(z)$ estimées. Le critère de minimisation est le suivant :

$$K(\Delta f, \hat{A}(\Delta f)) = \sum_{k=1}^{N_{\text{dist}}} \sum_{l=1}^{N_{\text{FFT}}} |S_{\text{exp}}(z_k, f_l) - S_{\text{modél}}(z_k, f_l)|^2 \quad (8)$$

avec N_{dist} le nombre de portes distance utilisées. Le critère ne dépend que des décalages en fréquences, car l'utilisation d'un critère de moindres carrés et la linéarité du modèle en les A rend possible le calcul analytique des A en fonction de Δf . Le critère de moindres carrés est pour le moment retenu car il correspond au cas typique d'un bruit blanc gaussien homogène. Ce critère est utilisé en première approximation car le modèle de bruit n'a pas encore été établi.

L'initialisation est réalisée en utilisant la méthode d'analyse du périodogramme par fit gaussien. Cette méthode est choisie car elle est rapide et donne des résultats très proches de l'estimateur MLE tranche par tranche qui est la méthode la plus précise actuellement.

Afin de minimiser ce critère nous utilisons l'algorithme Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS), implémenté dans la fonction `fminunc` de Matlab. Cet algorithme utilise les dérivées d'ordre 2 du critère (type Quasi-Newton) ce qui lui permet d'être plus rapide que les algorithmes d'ordre inférieur. De plus il utilise une suite sur l'inverse d'une approximation de la matrice Hessienne évitant le calcul de l'inverse de la matrice approximée. Pour augmenter sa vitesse nous avons aussi calculé l'expression analytique du gradient du critère. Dans cette première approche nous n'optimisons pas les valeurs de $A(z)$ et nous les fixons aux valeurs simulées. Les décalages en fréquence estimés permettent de calculer la vitesse du vent résolue en distance à partir de la formule Doppler (voir introduction).

Dans ce cas préliminaire, le critère de convergence est basé sur l'évolution du critère de minimisation qui devient négligeable.

3.3 Résultats de simulation

La figure 3a) présente les résultats des algorithmes sur un vent de type vortex. Les vortex correspondent à deux tourbillons contra-rotatifs, très localisés spatialement créés dans le sillage des avions [Fig 3b)]. Dans notre cas le lidar tire perpendiculairement à l'axe des vortex avec un angle de 5° vers le haut.

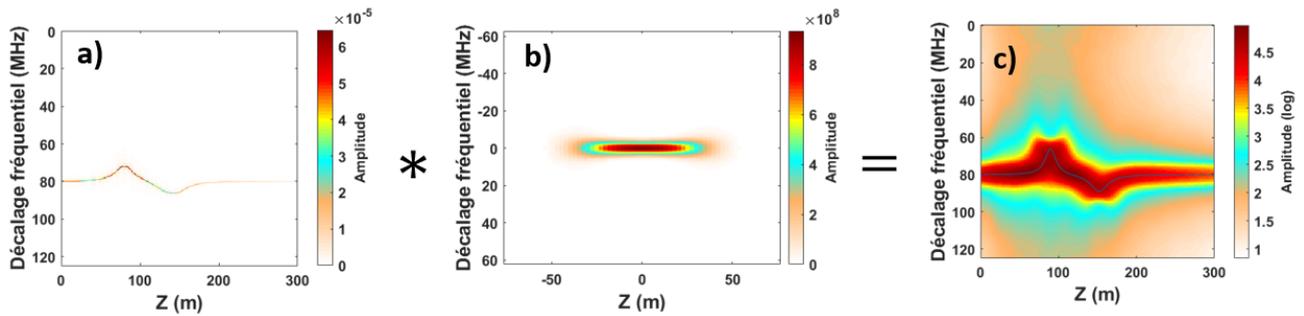


FIGURE 2 : Convolution de la fonction parcimonieuse $o(z, f)$ discrétisée (a) par la réponse impulsionnelle discrétisée $PSF(z, f)$ (b) pour l'obtention du spectrogramme discret $S_{\text{model}}(z, f)$ (c).

Dans cette figure on observe une bien meilleure restitution des structures spatiales inférieures à $c\tau = 75$ m avec le nouvel algorithme qu'avec l'algorithme d'analyse du périodogramme par fit gaussien. La vitesse obtenue sur la structure de largeur à mi-hauteur de 17 m situé à 90 m est de 6,2 m/s avec l'algorithme actuel et 9,5 m/s avec le nouvel algorithme, pour une vitesse simulée de 10,8 m/s. Avec le nouvel algorithme on passe donc d'une erreur de 43% à une erreur de 12%. Pour la seconde structure à 150 m de largeur à mi-hauteur 26 m, la vitesse obtenue avec l'algorithme actuel est de -4,9 m/s, avec le nouvel algorithme elle est de -6,4 m/s, pour une vitesse simulée de -7,0 m/s. Le nouvel algorithme permet donc de réduire l'erreur de 30% à 9%. L'estimation de la vitesse est améliorée car la restitution des hautes fréquences par l'instrument a été améliorée.

En utilisant l'expression analytique du gradient, le temps de calcul est très fortement réduit et passe de 1h20 à 9 secondes.

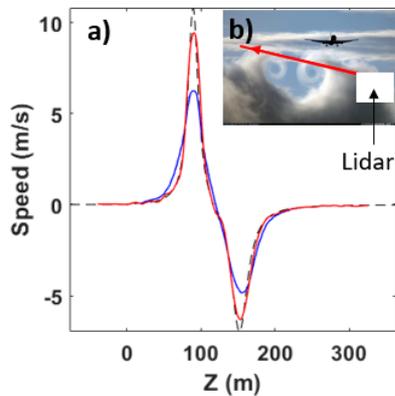


FIGURE 3 : a) Comparaison de profils de vent d'entrée simulé (tirets noirs), mesuré avec la méthode de référence (bleu) et mesuré avec le nouvel algorithme (rouge). b) image d'un vortex formé derrière un avion. La ligne rouge schématise la ligne de visée lidar, perpendiculaire à l'axe du vortex à 5° vers le haut.

4 Conclusion

Nous avons développé une méthode de traitement du signal pour le lidar vent hétérodyne augmentant la résolution spatiale. Un modèle direct du spectrogramme a été développé

permettant de le décrire par la convolution 2D dans l'espace temps fréquence entre une PSF 2D décrivant la réponse impulsionnelle du lidar, et l'atmosphère modélisée par une fonction parcimonieuse 1D car ayant une unique vitesse pour chaque distance. Ceci a permis la réalisation d'un algorithme d'inversion adapté à ce caractère parcimonieux et à la nature discrète des mesures. Les résultats montrent une amélioration de la résolution spatiale significative et un temps de calcul de quelques secondes.

Un travail futur sera consacré à l'étude du modèle de bruit pour améliorer le critère de minimisation, l'adaptation de l'algorithme pour des applications temps-réel sera également étudiée.

Références

- [1] M. Huffaker and M. Hardesty. Remote sensing of atmospheric wind velocities using solid-state and co2 laser systems. In *Proceedings of IEEE* 84, 1996.
- [2] B. Augere et al. 1.5 m lidar anemometer for true air speed, angle of sideslip and angle of attack measurements onboard piaggio p180 aircraft. *Measurement Science and Technology Journal*, MST-102092.R1, 2015.
- [3] M. Valla. *Étude d'un lidar Doppler impulsionnel à laser Erbium fibré pour des mesures de champ de vent dans la couche limite de l'atmosphère*. PhD thesis, Télécom Paris, 2005.
- [4] P. Gebraad, J. Thomas, A. Ning, P. Fleming, and K. Dykes. Maximization of the annual energy production of wind power plants by optimization of layout and yaw-based wake control. *Wind Energy*, 20, 2016.
- [5] S. Harsdorf and R. Reuter. Remote sensing of atmospheric wind velocities using solid-state and co2 laser systems. In *Proceedings of EARSel-SIG-Workshop LIDAR*, pages 88–95, 2000.
- [6] N. Angelou et al. Doppler lidar mounted on a wind turbine nacelle. Technical report, Technical University of Denmark, 2010. UPWIND deliverable D6.7.1, Risø-R-1757.
- [7] L. Gurdev et al. Deconvolution of long-pulse lidar profiles. In *Lasers - Applications in Science and Industry*, pages 249–276. IntechOpen, 2011.
- [8] M. Valla, B. Augère, J-P. Cariou, P. H. Flamant, et al. Fourier transform maximum likelihood estimator for distance resolved velocity measurement with a pulsed 1.55 μm erbium fiber laser based lidar. In *Proceedings of 13th Coherent Lidar Radar Conference*, 2005.
- [9] A. Hallermeyer. *Traitement du signal d'un lidar Doppler scannant dédié à la surveillance aéroportuaire*. PhD thesis, Centrale-Supélec, 2017.
- [10] P. Salamitou, A. Dabas, and P.H. Flamant. Simulation in the time domain for heterodyne coherent laser radar. *Appl Opt.*, 3, 1995.