

# Impact des résonances non linéaires en terme de perception d'images

Saverio MORFU<sup>1</sup> Usama BELLO IBRAHIM<sup>1</sup> Patrick MARQUIÉ<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire ImVia, 9, avenue Alain Savary BP 47870 DIJON CEDEX Université de Bourgogne

**Résumé** – La résonance vibrationnelle est un phénomène qui consiste à tirer profit d'une perturbation haute fréquence afin d'améliorer la détection d'une excitation basse fréquence par un système non linéaire. Pour une quantité appropriée de la perturbation, la détection de la composante basse fréquence en sortie du système est optimum. Ce phénomène est très proche du phénomène de résonance stochastique, où du bruit remplace la perturbation haute fréquence pour améliorer la réponse du système. Contrairement à la résonance stochastique, la résonance vibrationnelle n'a pas été utilisée pour améliorer la perception d'une image subliminale.

**Abstract** – Vibrational Resonance (V.R.) is a nonlinear effect which takes benefit of a high frequency perturbation to enhance the response of a nonlinear system to a low frequency excitation. This nonlinear effect is similar to Stochastic Resonance (S.R.) where noise replaces the high frequency perturbation to also improve the response of a nonlinear system. Unlike S.R., V.R. has not yet been used to reveal subthreshold images, which is the aim of this communication.

## 1 Introduction

De nombreux domaines de recherche consacrent une partie de leurs études à l'analyse de la réponse des systèmes non linéaires ainsi qu'aux résonances non linéaires qui peuvent y être provoquées par des perturbations. Parmi ces résonances, la plus connue est sans conteste la Résonance Stochastique (R.S.) où une quantité appropriée de bruit va permettre d'améliorer la réponse d'un système non linéaire à un signal d'excitation [3, 4]. Dans le contexte de la dynamique des climats, cet effet a permis d'expliquer la récurrence des ères glaciaires [1] tandis que dans le domaine des neurosciences, il a permis d'expliquer comment les neurones utilisent le bruit pour améliorer la détection d'information et comment il peut participer à la perception d'images subliminales [5, 10, 6].

La Résonance Vibrationnelle (R.V.) est un autre phénomène non linéaire sur lequel continuent de porter bon nombre d'études [11]. Ce phénomène fait intervenir une perturbation haute fréquence qui va permettre d'améliorer la réponse d'un système non linéaire à une excitation basse fréquence. En effet, pour une valeur optimum de la perturbation haute fréquence, l'amplitude de la composante basse fréquence en sortie du système est maximum.

Tout comme l'effet très ressemblant de résonance stochastique, la résonance vibrationnelle a pu être montrée dans des circuits électroniques, dans les systèmes neuronaux avec la possibilité d'effectuer de la détection de signaux de faibles amplitudes [2]. Cependant, contrairement à la résonance stochastique, il n'a pas encore été établi que la résonance vibrationnelle pouvait intervenir dans la perception d'images subliminales [7, 8]. C'est l'objet de cette communication. En effet, à l'aide de simulations numériques, nous nous proposons d'étudier si une perturbation haute fréquence peut, au travers d'un dispositif à seuil, améliorer la détection d'informations contenue dans une image. Bien que le système à seuil utilisé dans cet article soit un dispositif statique, le terme résonance sera tout de même employé par abus de langage tout au long de l'article., comme cela est le cas dans la littérature pour

toutes les études portant sur ce type de sujet.

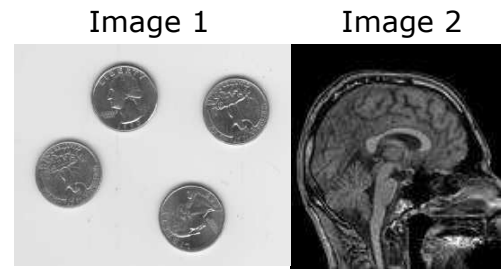


FIGURE 1 : Images test I. Taille des images :  $N_x = 308$ ,  $N_y = 243$  pour l'image 1 (pièces) et  $N_x = N_y = 123$  pour l'image 2 (cerveau).

## 2 Paramétrage de l'étude

Pour mener à bien notre étude, nous allons considérer chacune des deux images  $I$  de la Fig. 1 pour lesquelles l'échelle de gris s'étend de 0 (noir) à 1 (blanc). A chacune de ces images  $I$ , nous avons ajouté un bruit gaussien de valeur efficace  $\sigma$  dont la moyenne, comme tous les bruits de cet article est nulle.

Par conséquent, si  $I_{i,j}$  représente le niveau de gris du pixel de coordonnée  $(i, j)$ , nous pouvons définir l'image bruitée  $I_b$  par

$$I_{b_{i,j}} = I_{i,j} + \sigma \eta_{i,j}, \quad (1)$$

où  $\eta_{i,j}$  est un bruit blanc gaussien de valeur efficace unitaire. C'est cette image bruitée, qui n'est plus bornée dans  $[0; 1]$ , qui servira d'image test dans la suite de l'étude. L'image bruitée  $I_b$  subit ensuite une perturbation spatiale additive  $P$  pour devenir l'image perturbée  $I_P$  suivante

$$I_{P_{i,j}} = I_{b_{i,j}} + P_{i,j}. \quad (2)$$

Dans le contexte de la résonance stochastique,  $P_{i,j}$  est un bruit, tandis que dans le contexte de la résonance vibrationnelle

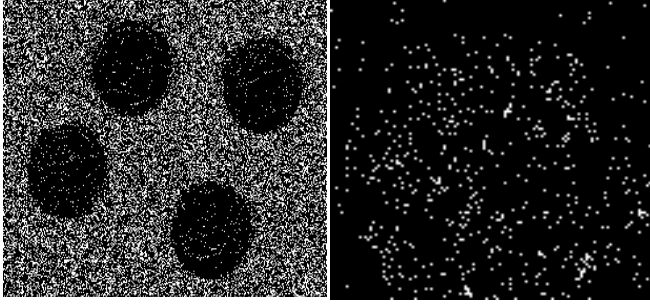
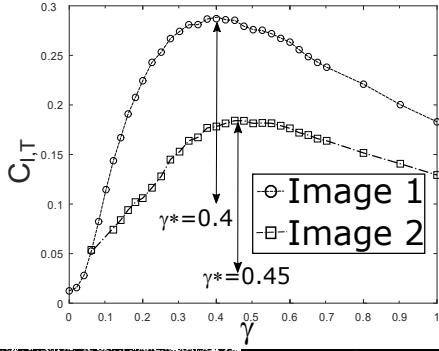


FIGURE 2 : En haut, inter-covariance normalisée définie par l'expression (4) entre l'image perçue  $T$  et chacune des images test  $I$  en fonction de la valeur efficace du bruit  $\gamma$ . en bas, les images obtenues pour la valeur optimale de bruit  $\gamma^* = 0.4$  pour l'image 1 et  $\gamma^* = 0.45$  pour l'image 2 sont représentées.

il s'agira d'une perturbation haute fréquence qui sera définie ultérieurement. L'image perturbée  $I_p$  est ensuite seuillée avec un seuil  $V_{th}$  pour définir l'image  $T$  :

$$\begin{aligned} \text{si } I_{P_{i,j}} > V_{th} \text{ alors } T_{i,j} = 1, \text{ le pixel } (i,j) \text{ est blanc} \\ \text{sinon } T_{i,j} = 0, \text{ le pixel } (i,j) \text{ est noir.} \end{aligned} \quad (3)$$

Pour l'étude présentée dans cette communication, le seuil a été fixé à  $V_{th} = 1.05$ . Par ailleurs, la mesure de similarité entre l'image de départ  $I$  et l'image seuillée  $T$  sera définie par l'inter-covariance normalisée [6, 9]

$$C_{IT} = \frac{\langle (I - \langle I \rangle)(T - \langle T \rangle) \rangle}{\sqrt{\langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle \langle (T - \langle T \rangle)^2 \rangle}}, \quad (4)$$

où  $\langle \cdot \rangle$  représente une moyenne sur l'image.

### 3 Perception d'image via la résonance stochastique

Dans le cas de la résonance stochastique, la perturbation  $P$  est un bruit blanc additif gaussien de valeur efficace  $\gamma$ . Par conséquent, l'image perturbée  $I_p$  définie par l'expression (2) s'obtient en ajoutant à l'image bruitée  $I_b$ , la perturbation  $P$  ci-après :

$P_{i,j} = \gamma \xi_{i,j}$ , où  $\xi_{i,j}$  constitue un bruit blanc de valeur efficace unitaire.

L'inter-covariance normalisée entre l'image  $I$  et l'image binaire  $T$  a été tracée à la Fig. 2 en fonction de la valeur efficace

du bruit  $\gamma$  pour chacune des deux images  $I$  de la Fig. 1. Dans les deux cas, les courbes montrent une résonance atteinte pour une valeur  $\gamma$  de bruit que l'on notera  $\gamma^*$ .

Dans le cas de l'image des pièces, c'est pour une valeur optimum de bruit  $\gamma^* = 0.4$  qu'on obtient la meilleure mesure de similarité  $C_{I,T}$ , soit  $C_{I,T} = 0.287$  d'après la Fig. 2. Pour l'image du cerveau, il faut plus de bruit pour maximiser l'inter-covariance normalisée entre l'image initiale  $I$  et l'image perçue  $T$ . En effet, il suffit d'ajuster la valeur efficace du bruit à  $\gamma^* = 0.45$  pour obtenir la valeur maximale de similarité  $C_{I,T} = 0.184$ .

La Fig. 2 présente également la meilleure perception des images des pièces et du cerveau qui peut être obtenue avec la résonance stochastique, c'est-à-dire pour la valeur efficace de bruit optimum  $\gamma^* = 0.4$  pour les pièces et  $\gamma^* = 0.45$  pour le cerveau. Pour le seuil  $V_{th}$  considéré, la résonance stochastique restitue très grossièrement l'information contenue dans l'image des pièces et échoue quasiment pour l'image du cerveau.

## 4 Utilisation de la résonance vibrationnelle pour la perception d'images

La perturbation ajoutée à l'image via l'équation eq. (2) est maintenant une perturbation haute fréquence au lieu d'un bruit blanc gaussien additif. La perturbation spatiale haute fréquence de l'équation (2) obéit à

$$P_{i,j} = A_{HF} \cos \left( \frac{2\pi i j N_{HF}}{N_x N_y} + \Phi_{i,j} \right), \quad (5)$$

où  $N_x$  et  $N_y$  représentent les dimensions de l'image et  $N_{HF}$  ajuste la fréquence de la perturbation spatiale. Enfin, la phase  $\Phi_{i,j}$  de la perturbation suit une distribution spatiale de type gaussienne d'écart type  $\sigma_\varphi = 0.3\pi$ , c'est-à-dire  $\Phi_{i,j} = \sigma_\varphi \zeta_{i,j}$  où  $\zeta_{i,j}$  est un bruit blanc gaussien de valeur efficace unitaire.  $\Phi_{i,j}$  rend compte d'inhomogénéités pouvant être présentes sur un dispositif réel. Les images n'ayant pas forcément les mêmes dimensions, il convient de faire l'étude en introduisant la fréquence normalisée  $N = \frac{N_{HF}}{N_x N_y}$ .

Il s'agit d'analyser comment l'amplitude  $A_{HF}$  et la fréquence normalisée  $N$  de la perturbation haute fréquence affectent la qualité de l'image perçue via l'opération de seuillage.

### 4.1 Influence de l'amplitude $A_{HF}$ de la perturbation

Dans cette partie, la fréquence normalisée est constante et fixée à  $N = \frac{1}{4}$ .

Pour analyser l'influence de l'amplitude  $A_{HF}$  de la perturbation sur la perception d'image, nous avons procédé comme suit :

- Nous avons considéré différentes intensités de bruit  $\sigma$  appliquées à l'image initiale  $I$  pour produire l'image bruitée  $I_b$ .
- Pour chacune de ces amplitudes efficaces de bruit  $\sigma$ , nous avons déterminé en simulation numérique la mesure de similarité  $C_{I,T}$  entre l'image initiale  $I$  et

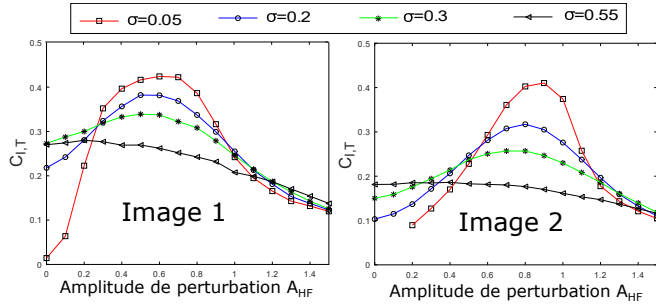


FIGURE 3 : Evolution de l'inter-covariance normalisée entre les image  $I$  et  $T$  en fonction de l'amplitude de la perturbation haute fréquence  $A_{HF}$  pour différentes valeurs de bruit  $\sigma$ . A gauche : image test 1, à droite image test 2. Paramètres : Fréquence normalisée  $N = \frac{1}{4}$ , valeur efficace du bruit de phase  $\sigma_\varphi = 0.3\pi$ .

l'image seuillée  $T$  en fonction de l'amplitude de la perturbation  $A_{HF}$ .

Prenons, tout d'abord le cas de l'image 1 (les pièces) où une intensité de bruit  $\sigma = 0.05$  a permis de produire l'image bruitée  $I_b$ . C'est le cas de figure considéré dans le paragraphe précédent pour analyser l'impact de la résonance stochastique sur la perception d'image. L'inter-covariance normalisée pour cette valeur de bruit  $\sigma = 0.05$  est tracée à la Fig. 3 (gauche) en rouge en fonction de l'amplitude de la perturbation  $A_{HF}$ . Nous pouvons observer une résonance avec un maximum  $C_{I,T} = 0.423$  obtenu pour une amplitude de perturbation  $A_{HF} = 0.7$ . De plus, cette valeur maximum de l'inter-covariance normalisée excède largement celle obtenue avec une résonance stochastique utilisant un bruit blanc gaussien et qui était  $C_{I,T} = 0.287$ . Cela indique que la perturbation haute fréquence permettra de mieux percevoir les images. Par ailleurs, pour les valeurs de bruit  $\sigma = 0.2$  et  $\sigma = 0.3$ , la Fig. 3 montre qu'il est possible d'optimiser la perception de l'image avec une perturbation haute fréquence. En effet, les courbes d'évolution de l'inter-covariance normalisée en fonction de l'amplitude de la perturbation tracée en bleu et en vert présentent toutes deux une résonance. Cependant, si l'amplitude de bruit  $\sigma$  est plus importante, comme c'est le cas pour  $\sigma = 0.55$ , la Fig. 3 montre une décroissance monotone en fonction de l'amplitude de la perturbation  $A_{HF}$ . En fait, cette dernière intensité de bruit excède la valeur optimale de bruit  $\gamma^* = 0.4$  qui optimisait la perception de l'image via la résonance stochastique. La valeur optimale de bruit  $\gamma^* = 0.4$  constitue donc la valeur critique de bruit au delà de laquelle une perturbation haute fréquence ne pourra pas révéler l'image.

La même étude a été effectuée avec l'image 2 (cerveau) de la Fig. 1. Pour différents valeurs efficaces de bruit, la Fig. 3 montre l'évolution de l'inter-covariance normalisée en fonction de l'amplitude  $A_{HF}$  de la perturbation haute fréquence. Pour la valeur de bruit  $\sigma = 0.05$ , c'est pour une amplitude de perturbation  $A_{HF}$  valant 0.9 que la mesure de similarité  $C_{I,T}$  atteint sa valeur maximale, soit  $C_{I,T} = 0.408$ . Une fois de plus, la perturbation haute fréquence permet d'obtenir une meilleure perception d'image qu'avec une résonance stochastique utilisant un bruit blanc gaussien puisque cette dernière

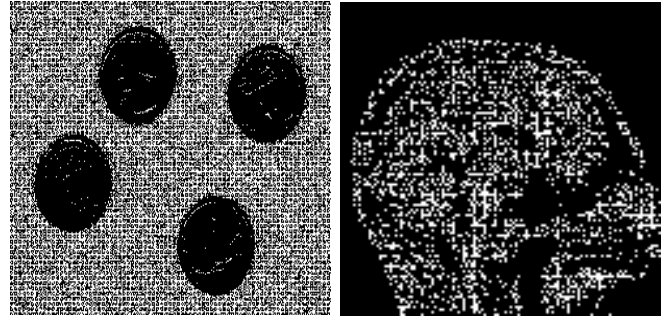


FIGURE 4 : Images perçues après seuillage lorsqu'on atteint l'optimum de la résonance vibrationnelle. Paramètres :  $V_{th} = 1.05$ , intensité de bruit de l'image  $\sigma = 0.05$ , fréquence normalisée de la perturbation  $N = \frac{1}{4}$ . L'amplitude de la perturbation est ajustée à l'optimum, soit  $A_{HF} = 0.6$  pour l'image des pièces et  $A_{HF} = 0.9$  pour l'image du cerveau.

n'autorisait qu'une similarité maximum  $C_{I,T} = 0.184$ .

Lorsque l'amplitude de bruit  $\sigma$  dépasse la valeur de bruit critique  $\gamma^* = 0.45$  qui maximisait la perception de l'image avec la résonance stochastique, nous avons bien confirmation qu'aucune amélioration de la perception de l'image ne pourra être obtenue avec la résonance vibrationnelle. En effet, d'après la Fig. 3 (à droite) pour une valeur de bruit  $\sigma = 0.55$  l'inter-covariance normalisée est une fonction monotone décroissante de l'amplitude  $A_{HF}$  de la perturbation. Afin de comparer qualitativement les optima atteints avec les résonances stochastique et vibrationnelle, nous avons reporté, à la Fig. 4, l'image perçue pour l'amplitude de perturbation optimale quand la valeur de bruit est  $\sigma = 0.05$ . En comparant les Figs. 2 et 4, il est clair qu'une bien meilleure perception d'images peut être obtenue avec la perturbation haute fréquence.

## 4.2 Influence de la fréquence normalisée $N$ de la perturbation

Dans cette partie, nous considérons que la valeur efficace de bruit de l'image est la même que celle pris lors de l'étude de la résonance stochastique, soit  $\sigma = 0.05$ . Nous avons analysé

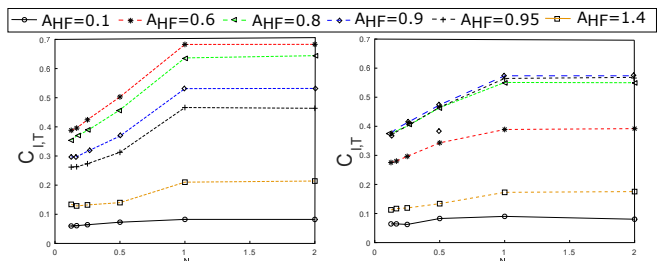


FIGURE 5 : Evolution de l'inter-covariance normalisée  $C_{I,T}$  en fonction de la fréquence normalisée  $N$  de la perturbation pour différentes valeurs de son amplitude  $A_{HF}$ . Paramètres  $V_{th} = 1.05$ ,  $\sigma = 0.05$ . Les traits pleins sont utilisés pour relier les points de simulation indiqués par les symboles.

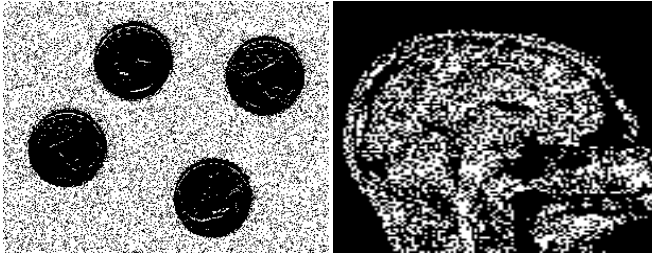


FIGURE 6 : Meilleure perception d’images obtenue avec la résonance vibrationnelle lorsque l’amplitude  $A_{HF}$  et la fréquence  $N$  de la perturbation sont optimisées. Paramètres  $\sigma = 0.05$ ,  $V_{th} = 1.05$ ,  $N = 1$ . Pour les pièces  $A_{HF} = 0.6$  et  $A_{HF} = 0.9$  pour le cerveau.

à la Fig. 5 comment évoluait l’inter-covariance normalisée  $C_{I,T}$  en fonction de la fréquence normalisée  $N$  de la perturbation pour différentes valeurs de son amplitude  $A_{HF}$ . Dans les 2 cas d’images testées, toutes les courbes montrent un effet de saturation qui indique qu’indépendamment de l’amplitude de la perturbation, c’est en choisissant une fréquence normalisée  $N \geq 1$  qu’on obtiendra la meilleure perception d’image. Enfin, pour l’image des pièces, il est intéressant de remarquer que la courbe correspondant à  $A_{HF} = 0.6$  est toujours au dessus des autres tandis que pour l’image du cerveau c’est la courbe  $A_{HF} = 0.9$  qui est toujours au dessus. Ces amplitudes correspondent en fait aux amplitudes optimum que nous avons obtenues en fixant la fréquence à  $N = \frac{1}{4}$ . Nous pouvons donc en conclure que pour l’image des pièces, il conviendrait de fixer la fréquence de la perturbation à  $N = 1$  et son amplitude à  $A_{HF} = 0.6$  pour tirer pleinement profit de la résonance vibrationnelle. En effet, l’inter-covariance normalisée est alors bien meilleure puisqu’elle vaut  $C_{I,T} = 0.681$ . D’après la Fig. 5 et en menant le même raisonnement pour l’image du cerveau, il faudra considérer une perturbation d’amplitude  $A_{HF} = 0.6$  et de fréquence  $N = 1$  pour obtenir la meilleure perception d’image avec une similarité  $C_{I,T} = 0.574$ . Les images perçues pour ces valeurs optimales de perturbation sont présentées à la Fig. 6 et peuvent être qualitativement comparées avec celles perçues avec une résonance stochastique utilisant un bruit blanc gaussien (Fig. 2). Il est alors clair qu’il est plus avantageux d’utiliser la perturbation haute fréquence définie par (5).

## 5 Conclusion

A l’aide de simulations numériques, nous avons pu montrer qu’une perturbation haute fréquence pouvait permettre de percevoir une image au travers d’un dispositif de seuillage, pourvu que la valeur efficace de bruit de l’image n’excède pas une valeur critique  $\gamma^*$ . Cette valeur critique correspond en fait à la valeur optimum de bruit qui maximise la perception d’images avec la résonance stochastique. Notre étude a mis en évidence que pour avoir la meilleure perception d’images tirant profit de la perturbation, il suffit que la fréquence normalisée de la perturbation soit supérieure ou égale à 1 tandis que son amplitude doit être ajustée à une valeur optimum. Nos résultats, qui sont résumés à la table 1, indique qu’il est plus

avantageux d’utiliser la perturbation haute fréquence définie par (5) plutôt qu’un bruit blanc gaussien. Il serait intéressant de confirmer cette tendance avec une étude de paramètres perceptifs.

TABLE 1 : Comparaison des résonances en terme de perception.

	R.S. bruit blanc gaussien	R.V. Perturbation définie par (5)
Image des pièces	$C_{I,T} = 0.287$	$C_{I,T} = 0.681$
Image du cerveau	$C_{I,T} = 0.184$	$C_{I,T} = 0.574$

## Références

- [1] R. BENZI, G. PARISI, A. SUTERA et A. VULPIANI : Stochastic resonance in climatic change. *Tellus*, 34:10–16, 1982.
- [2] M. BORDET et S. MORFU : Experimental and numerical enhancement of vibrational resonance in neural circuit. *Electron. Lett.*, 48(15):903–905, 2012.
- [3] L. GAMMAITONI, P. HÄNGGI, P. JUNG et F. MARCESONI : Stochastic resonance. *Rev. Mod. Phys.*, 70:223–287, 1998.
- [4] L. GAMMAITONI, P. HÄNGGI, P. JUNG et F. MARCESONI : Stochastic resonance : a remarkable idea that changed our perception of noise. *Eur. Phys. J. B*, 69:1–3, 2009.
- [5] A. HISTACE et D. ROUSSEAU : Constructive action of noise for impulsive noise removal in scalar images. *Electron. Lett.*, 42:393–395, 2006.
- [6] S. MORFU, P. MARQUIÉ, B. NOFIELE et D. GINHAC : Nonlinear systems for image processing. *Adv. Imag. Elect. Phys.*, 152:79–153, 2008.
- [7] S. MORFU, B.I. USAMA et P. MARQUIÉ : Perception enhancement of subthreshold noisy image with vibrational resonance. *Electron. Lett.*, 55:650–652, 2019.
- [8] S. MORFU, B.I. USAMA et P. MARQUIÉ : On some applications of vibrational resonance on image perception : The role of the perturbation parameters. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 379:20200240, 2021.
- [9] D. ROUSSEAU, A. DELAHAIES et F. CHAPEAU-BLONDEAU : Structural similarity measure to assess improvement by noise in nonlinear image transmission. *IEEE Signal Process. Lett.*, 17:36 – 39, 2010.
- [10] E. SIMONOTTO, M. RIANI, C. SEIFE, M. ROBERTS, J. TWITTY et F. MOSS : Visual perception of stochastic resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 78:1186–1189, 1997.
- [11] U. E. VINCENT, P. V. E. MCCLINTOCK, I. A. KHOVANOV et S. RAJASEKAR : Vibrational and stochastic resonances in driven nonlinear systems. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 379:20200226, 2021.