

# Reaction-Diffusion Algorithm for Element Shaping in 2-D Sparse Array Beam Pattern Optimization

[Emmanuel ROUX](#)<sup>1</sup>, [Mohamed TAMRAOUI](#)<sup>1</sup>, [Hervé Liebgott](#)<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université de Lyon, INSA-Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1, UJM-Saint Etienne, CNRS, Inserm, CREATIS UMR 5220, U1294, F-69100, LYON, France

**Résumé** – Les sondes parcimonieuses sont de bonnes candidates pour l'imagerie ultrasonore 3D en temps réel car elles permettent de contrôler chaque élément actif individuellement permettant d'utiliser un nombre de canaux d'acquisition réduit (typiquement 256 canaux sur les échographes standards). Les travaux sur l'optimisation des sondes parcimonieuses se concentrent généralement sur deux degrés de liberté des éléments actifs : leur positionnement et/ou la pondération de leur intensité. Cependant, d'autres caractéristiques peuvent influencer le diagramme de rayonnement de la sonde, comme la forme de l'élément à laquelle nous nous intéressons dans ce travail. Plutôt que de nous limiter à un petit nombre de possibilités géométriques (cercles, rectangles, hexagones), nous proposons d'optimiser la forme des éléments à l'aide d'un algorithme de réaction-diffusion. Afin d'être calculée rapidement et dérivable, la fonction de coût utilisée dans l'optimisation est basée sur la transformée de Fourier 2D de l'ouverture. Les résultats obtenus ont ensuite été simulés à l'aide du logiciel FIEDL II et montrent qu'il est possible de réduire de plus de 4 dB le niveau de crête des lobes secondaires d'une sonde spirale Fermat tout en conservant la même résolution latérale. Cependant, malgré les 4 dB d'amélioration du niveau des lobes secondaires, notre approche ne permet pas de mettre en évidence une amélioration du contraste dans les images de kystes simulées avec la sonde optimisée. En résumé, notre travail montre qu'il est possible d'améliorer le diagramme de rayonnement d'une sonde parcimonieuse en façonnant la forme de ses éléments à l'aide d'un algorithme de réaction-diffusion.

**Abstract** – Sparse arrays for real-time 3D ultrasound imaging are attractive for controlling each active element individually with the number of active channels usually available on standard ultrasound scanners (e.g., 256). In our previous works about sparse arrays optimization, we mainly focused on two degrees of freedom of the active elements: positioning and/or weighting. However, other features may influence the array beam pattern such as the element shape. Instead of limiting ourselves to a small amount of geometric possibilities (circles, rectangles, hexagons), in this work we propose to optimize the element shape using a reaction-diffusion algorithm. The criteria for the optimization is computed on the 2D-Fast-Fourier-Transform of the 2D aperture, which approximates the beam pattern, for fast implementation and full derivability of the criteria. The obtained results were then simulated using FIEDL II software and they show that it is possible to reduce by more than 4 dB the peak sidelobe level of a Fermat spiral array while maintaining the same lateral resolution performance. However, more in-depth investigations are necessary because the first results on beamformed images of cysts do not permit to illustrate the improvement of the approach despite the 4 dB sidelobe reduction. To sum up, we showed that it is feasible to improve the beam pattern of an array by shaping its elements with a reaction diffusion algorithm.

## 1 Introduction

Le contexte de ce travail est le design de sondes parcimonieuses 2D pour l'imagerie ultrasonore 3D. Les avantages des sondes parcimonieuses sont les suivants : elles permettent de réduire le nombre d'éléments actifs et de contrôler individuellement chaque élément actif tout en limitant le débit de données, la taille du câble et la charge de calcul [1]. Cependant, cette solution est fortement limitée par le faible rapport signal/bruit (SNR) qu'implique la surface active réduite de l'ouverture. Dans nos travaux précédents [1]–[3], nous avons principalement travaillé sur la modification de la position et/ou de la pondération de l'intensité des éléments (et éventuellement de leur taille [4]) afin d'améliorer le diagramme de rayonnement. Dans ce travail, nous étudions l'impact de la forme des éléments sur le diagramme de rayonnement de la sonde. Plus

précisément, nous avons cherché à savoir s'il était possible de l'améliorer en façonnant la forme des éléments actifs à l'aide d'un algorithme de réaction-diffusion [5].

L'article est organisé en quatre parties. La première est la présente introduction. La deuxième partie détaille les méthodes utilisées en mettant l'accent sur la manière dont nous avons intégré les paramètres de l'algorithme de réaction diffusion dans un algorithme de rétro-propagation d'erreur. La troisième partie présente les résultats de notre étude en illustrant l'amélioration obtenue au niveau des lobes latéraux du diagramme de rayonnement en remplaçant les éléments initialement carrés par les éléments formés par notre méthode. Nous concluons dans la quatrième partie après une discussion sur les résultats présentés et les perspectives de ces premières expérimentations.

## 2 Méthodes

### 2.1 Algorithme de réaction-diffusion

L'algorithme de diffusion de la réaction (également connu sous le nom d'algorithme de Gray Scott) [5] simule l'évolution de la concentration de deux substances : la substance inactive A (représentée en foncée sur la Figure 1), et la substance active B (représentée en claire sur la Figure 1). Dans notre étude, nous avons considéré les zones totalement inactives (100 % de substance A et 0 % de substance B), les zones totalement actives (0 % de substance A et 100 % de substance B) mais également l'ensemble des niveaux de gris résultants des différents taux de concentrations des deux types de substances. Notre grandeur d'intérêt est la concentration de substance B car elle représente la matière active, c'est-à-dire les éléments actifs de la sonde ultrasonore. L'algorithme fait évoluer les deux substances et changer leur concentration par différents mécanismes, modélisés ci-après par les équations (1) et (2) : la diffusion des deux substances, l'alimentation de la substance A, la transformation de la substance A en substance B, la destruction de la substance B.

$$\frac{\delta A}{\delta t} = D_A \nabla^2 A - AB^2 + f(1 - A) \quad (\text{Eq. 1})$$

$$\frac{\delta B}{\delta t} = D_B \nabla^2 B + AB^2 - (k + f)B \quad (\text{Eq. 2})$$

avec  $f$  le taux d'alimentation (de A),  $k$  le taux de mortalité (de B) et,  $D_A$  et  $D_B$  les taux de diffusion de A et B.

La zone active initiale est une spirale de Fermat de 256 éléments carrés (100 % de B). Elle évolue ensuite pendant  $N_{pas}$  temporels ( $\delta t$ ) via les réactions locales (alimenter en A, transformer A en B, éliminer B) et la diffusion qui propage les deux substances, chacune avec leur taux de diffusion ( $D_A$  et  $D_B$ ).

### 2.2 Optimisation des paramètres de la réaction-diffusion et fonction de coût.

Seuls les paramètres  $f$ ,  $k$  and  $D_B$  sont optimisés ( $D_A$  est fixé à la valeur 1). La procédure d'optimisation de ces paramètres est détaillée sur la Figure 2.

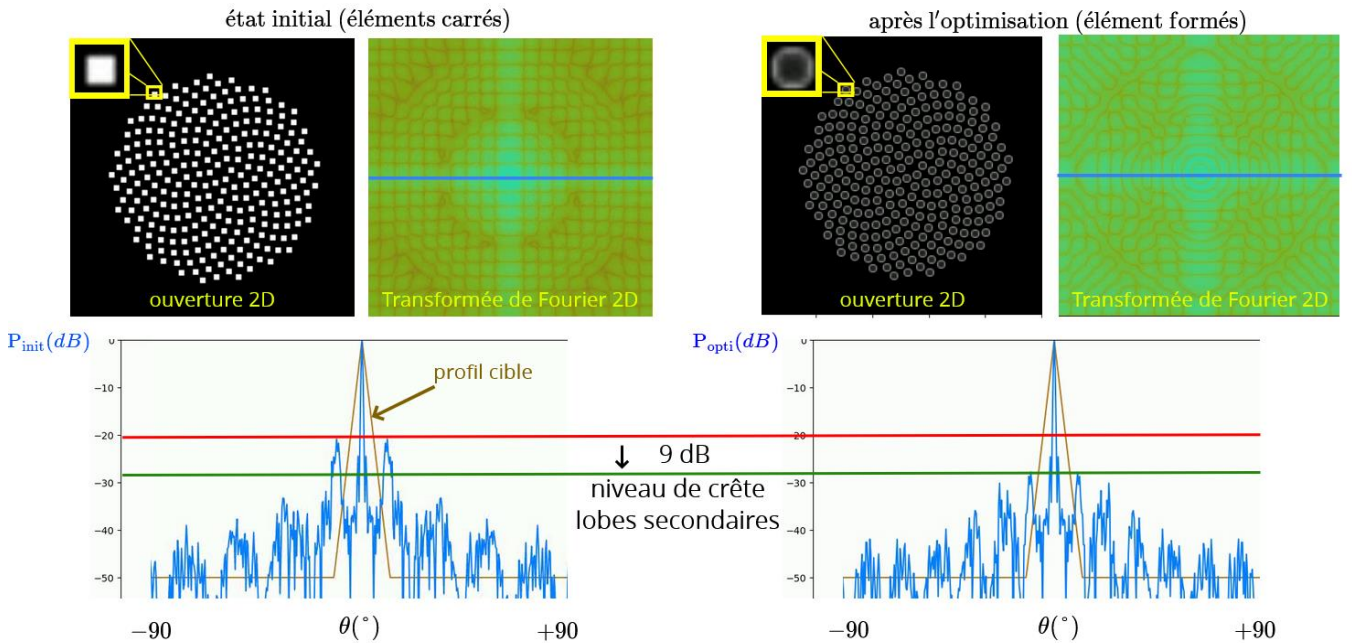


Figure 1. Comparaison entre l'état initial (spirale de Fermat avec les éléments carrés, à gauche) et la configuration obtenue par notre méthode (éléments formés par réaction-diffusion, côté droit). Pour chaque situation, un profil (ligne bleue) est extrait de la transformée de Fourier 2D de l'ouverture et tracé en dessous en échelle logarithmique. Sur ces graphiques, le tracé marron représente le profil cible. L'algorithme de réaction-diffusion fait évoluer la forme des éléments et ses paramètres sont optimisés afin de minimiser l'écart entre le profil de rayonnement obtenu et le profil désiré. Le profil obtenu avec notre méthode montre une amélioration de 9 dB du niveau de crête des lobes secondaires. Toutefois, cette amélioration n'est pas identique pour toutes les directions du plan de Fourier, et ce dernier reste une approximation du diagramme rayonnement. En revanche, les résultats issus de simulations réalistes (Figure 4) confirment une amélioration d'au moins 4 dB sur le niveau de crête des lobes secondaires. La largeur du lobe principal reste constante car l'effet de l'évolution de la forme des éléments sur le diamètre de la zone active de l'ouverture est négligeable.

En pratique, nous avons utilisé  $N_{iter} = 20$  itérations de descente gradient stochastique (optimiseur Adam,  $l_{rate} = 0,1$ ) afin de minimiser la fonction de coût définie par l'écart quadratique moyen (MSE) entre le profil de rayonnement (obtenu après 10 pas temporels de l'algorithme de réaction-diffusion) et le profil cible (ligne marron sur les tracés du bas de la Figure 1). Afin de tenir compte de l'ensemble des directions de rayonnement, la fonction de coût était évaluée (et moyennée) dans toutes les directions du plan de Fourier.

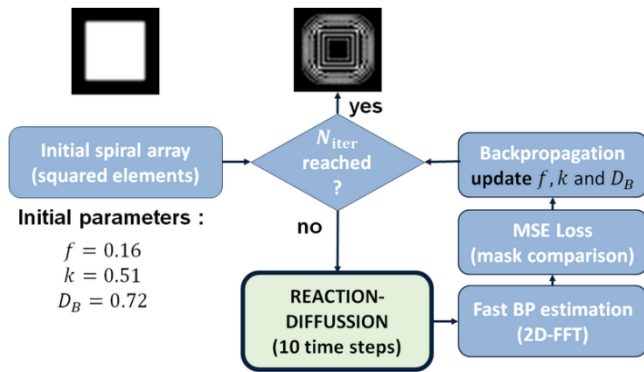


Figure 2. Procédure proposée pour l'optimisation de la forme des éléments actifs. A chaque itération, la forme des éléments commence en étant carrée puis elle évolue au cours de 10 pas temporels ( $\delta t$ ) de l'algorithme de réaction-diffusion. Après ces 10 pas temporels, une itération d'optimisation met à jour des valeurs des paramètres  $f$ ,  $k$  et  $D_B$  (par rétro-propagation du gradient de la fonction de coût par rapport à ces paramètres). Le nombre d'itérations d'optimisation  $N_{iter}$  était fixé à 20 dans nos expérimentations.

### 2.3 Modélisation et simulation des sondes parcimonieuses

Les concentrations des substances A et B ont été normalisées [0, 1] de façon à ce que le niveau de gris de chaque pixel corresponde à l'intensité de la surface active qu'il représente. Ainsi, les niveaux de gris des pixels ont été directement utilisés pour définir l'intensité des sous-éléments mathématiques dans le logiciel de simulation FIELD II [6] afin de calculer de manière réaliste le diagramme de rayonnement de la sonde. La Figure 3.c illustre cette modélisation avec un zoom sur un élément formé par notre méthode.

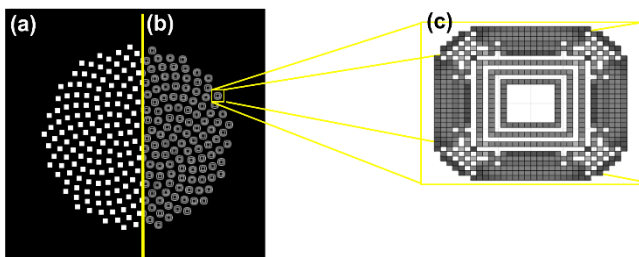


Figure 3 (à gauche) sonde avec (a) les éléments initialement carrés et (b) les éléments formés par notre méthode. (c) Sous-éléments mathématiques utilisés pour simuler le rayonnement de la sonde (Figure 4).

Le Tableau 1 ci-dessous liste les paramètres utilisés dans FIELD II [6] pour la simulation du diagramme de rayonnement de la sonde obtenue en sortie de notre algorithme.

Tableau 1 : Paramètres utilisés pour la simulation du diagramme de rayonnement de la sonde optimisée.

|                                      |                                       |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| <b>Diamètre d'ouverture</b>          | 10 mm                                 |
| <b>Largeur des éléments</b>          | 0.3 mm                                |
| <b>Hauteur des éléments</b>          | 0.3 mm                                |
| <b>Fréquence centrale</b>            | 7 MHz                                 |
| <b>Vitesse du son</b>                | 1540 m/s                              |
| <b>Distance focales</b>              | 40 mm                                 |
| <b>Fréq. d'échantillonnage</b>       | 100 MHz                               |
| <b>Réponse impulsionnelle</b>        | 2 périodes de sinus (fenêtre de Hann) |
| <b>Signal d'excitation</b>           | 1 période de sinus                    |
| <b>Points de mesure de pressions</b> | 4096 points à 40 mm                   |

### 3 Résultats : diagrammes de rayonnement réalistes

En comparant la simulation réaliste du diagramme de rayonnement de la sonde initiale avec les éléments carrés (Figure 4.a) avec celle de la sonde ayant les éléments formés par notre méthode (Figure 4.b), nous observons une amélioration de 4.4 dB du niveau des lobes latéraux avec notre méthode. Cette amélioration est inférieure aux 9 dB d'amélioration du niveau de crête des lobes latéraux présentée sur la Figure 1 car sur cette dernière le profil de rayonnement tracé n'est qu'une seule ligne (direction) du plan de Fourier 2D, alors que sur la Figure 4 il s'agit du tracé de la surface (et donc de toutes les directions) du diagramme de rayonnement des sondes simulées de façon réaliste avec les paramètres listés dans le Tableau 1. Il est important de souligner que seule la forme des éléments est modifiée, leur position restant inchangée par rapport à la sonde initiale. Ainsi, le lobe principal reste également inchangé : la nouvelle forme des éléments ne change pas le diamètre de la zone active de l'ouverture.

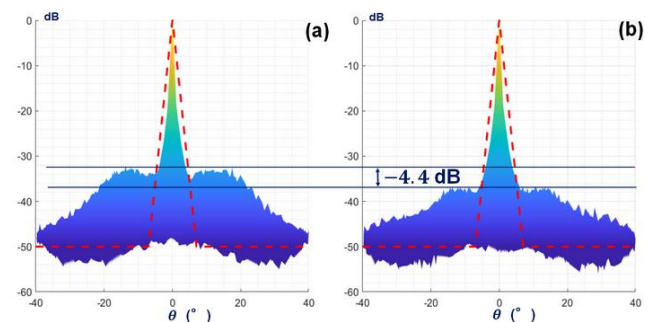


Figure 4 Simulations réalistes des diagrammes de rayonnement d'une sonde spirale avec (a) les éléments carrés initiaux et (b) les éléments formés par notre méthode. On observe une amélioration de 4.4 dB du niveau des lobes latéraux alors que le lobe principal reste inchangé.

## 4 Discussion et conclusion

Nous discutons les principales limitations de notre étude.

Tout d'abord, le calcul du diagramme de rayonnement est limité à une transformée de Fourier 2D de l'ouverture pendant la phase d'optimisation. Cela était nécessaire pour définir une fonction de coût dérivable dont le gradient puisse être rétro-propagé pour mettre à jour les paramètres de l'algorithme de réaction-diffusion. L'utilisation de la transformée de Fourier 2D a l'avantage d'être très rapide à calculer, mais elle reste une approximation de ce que nous obtenons avec des simulations réalistes (comme celles réalisées dans la section 3).

Deuxièmement, malgré un lien fort entre le niveau des lobes latéraux et le contraste dans les images reconstruites, nous nous n'avons pas démontré que l'amélioration apportée par notre méthode augmente la qualité des images reconstruites avec la sonde optimisée. Ce résultat peut être obtenu avec une mesure du contraste sur la simulation d'un phantom 3D pleinement développé contenant des inclusions hypo-échoïques, ce qui nécessite des ressources computationnelles très importantes.

Enfin, les paramètres de l'algorithme de réaction-diffusion n'ont été considérés que de manière globale, c'est-à-dire comme étant les mêmes quelque-soit la région de l'ouverture. Par conséquent tous les éléments évoluent vers la même forme, alors qu'il pourrait être intéressant d'exploiter un paramétrage local des propriétés de l'algorithme afin de permettre à chaque élément actif de faire évoluer leur forme de manière indépendante.

Pour conclure, nous avons proposé d'améliorer le diagramme de rayonnement d'une sonde parcimonieuse 2D en optimisant la forme des éléments actifs à l'aide d'un algorithme de réaction-diffusion. Nous avons montré qu'une amélioration de 4.4 dB peut être atteinte sur le niveau des lobes secondaires d'une sonde spirale avec cette approche. Toutefois, la forme des éléments obtenus peut sembler un peu trop originale pour être réellement fabricable. En effet, le cadre que nous avons proposé n'intègre pas de contrainte garantissant que la forme obtenue soit compatible avec une fabrication physique. Une perspective est donc d'intégrer des contraintes de fabrication afin de rendre réalisables les résultats obtenus.

## 5 Bibliographie

- [1] A. Ramalli, E. Boni, E. Roux, H. Liebgott, and P. Tortoli, 'Design, implementation, and medical applications of 2-D ultrasound sparse arrays', *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, pp. 1–1, 2022, doi: 10.1109/TUFFC.2022.3162419.
- [2] E. Roux, F. Varray, L. Petrusca, C. Cachard, P. Tortoli, and H. Liebgott, 'Experimental 3-D Ultrasound Imaging with 2-D Sparse Arrays using Focused and Diverging Waves', *Sci. Rep.*, vol. 8, no. 1, p. 9108, Jun. 2018, doi: 10.1038/s41598-018-27490-2.
- [3] E. Roux, A. Ramalli, P. Tortoli, C. Cachard, M. C. Robini, and H. Liebgott, '2-D Ultrasound Sparse Arrays Multidepth Radiation Optimization Using Simulated Annealing and Spiral-Array Inspired Energy Functions', *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 63, no. 12, pp. 2138–2149, Dec. 2016, doi: 10.1109/TUFFC.2016.2602242.
- [4] B. Diarra, M. Robini, H. Liebgott, C. Cachard, and P. Tortoli, 'Variable-size elements in 2D sparse arrays for 3D medical ultrasound', in *IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS) 2013*, Prague, Czech Republic, Jul. 2013, p. in press. Accessed: Feb. 05, 2015. [Online]. Available: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00850067>
- [5] P. Gray and S. K. Scott, 'Autocatalytic reactions in the isothermal, continuous stirred tank reactor: Oscillations and instabilities in the system  $A + 2B \rightarrow 3B; B \rightarrow C$ ', *Chem. Eng. Sci.*, vol. 39, no. 6, pp. 1087–1097, Jan. 1984, doi: 10.1016/0009-2509(84)87017-7.
- [6] J. A. Jensen, 'Field: A Program for Simulating Ultrasound Systems', *Med. Biol. Eng. Comput.*, vol. 34, no. sup. 1, pp. 351–353, 1996.