

Analyse vibratoire d'une poutre en flexion à partir d'une caméra rapide

Jimmy TOUZET¹ Olivier ALATA² Frédéric BONNARDOT¹ Simon CHESNÉ³ Hugo ANDRÉ¹

¹ Université Jean Monnet Saint-Étienne, Laspi, F-42023, Saint-Étienne, France

² Lab. Hubert Curien, CNRS UMR 5516, Université Jean Monnet, IOGS, 42000 Saint-Étienne, France

³ Univ Lyon, INSA Lyon, CNRS, LaMCoS, UMR5259, 69621 Villeurbanne, France

Résumé – Dans le domaine du diagnostic des machines tournantes, cet article présente une étude de cas sur la reconstruction des modes et l'analyse modale d'une poutre encastrée-libre à partir d'une caméra rapide. Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus avec un vibromètre laser. Cette étude permet de mieux comprendre les avantages et les limites de l'utilisation de caméras haute vitesse dans l'analyse modale des structures mécaniques.

Abstract – In the field of rotating machinery diagnostics, this paper presents a case study on the mode reconstruction and modal analysis of an embedded-free-standing beam using a high-speed camera. The results obtained are compared to those obtained with a LDV (laser Doppler vibrometer). This study provides a better understanding of the advantages and limitations of using high speed cameras in the modal analysis of mechanical structures.

1 Introduction

Les caméras haute vitesse gagnent en popularité dans le diagnostic des machines grâce à leur précision et non-invasivité pour analyser les structures en mouvement. Cependant, l'utilisation de ces caméras pour la reconstruction des modes propres des structures reste encore limitée [1]. Cet article présente une étude expérimentale visant à reconstruire les modes propres d'une poutre encastrée-libre via une caméra rapide. L'étude évalue la faisabilité de cette méthode en comparant les résultats à ceux d'un vibromètre laser.

2 Méthodologie

Dans cette section, le cheminement qui permet d'obtenir, à partir d'une vidéo, les différents modes de flexion d'une poutre encastrée-libre est présenté, ainsi que les outils de comparaison utilisés pour la validation des résultats.

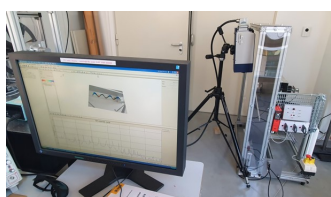


FIGURE 1 : Mesure au vibromètre laser

2.1 Étapes de prétraitement des images



FIGURE 2 : Étapes de prétraitement

Les étapes de prétraitement de l'image sont présentées sur la figure 2. Depuis l'image brute, il y a un total de cinq étapes :

1. Image en niveaux de gris : l'image est convertie en niveau de gris.
2. Image rognée : l'image est coupée afin de ne sélectionner que la partie utile de l'image. Cette étape permet également de limiter le volume de données et d'optimiser le temps de calcul.
3. Filtrage moyen : filtrage qui vise à lisser l'image à l'aide d'un filtre spatial de noyau $h = \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.
4. Correction du contraste : une approche courante consiste à utiliser la transformation linéaire suivante :

$$P_{i,j} = a \cdot Q_{i,j} + b \quad (1)$$

où $Q_{i,j}$ est la valeur d'intensité de l'image d'entrée du pixel (i, j) , $P_{i,j}$ est la valeur d'intensité de l'image corrigée du pixel (i, j) , a est un facteur d'amplification du contraste, et b est un terme de décalage qui peut être utilisé pour ajuster la luminance moyenne. Cette étape permet de supprimer le bruit de fond de l'image lorsque les paramètres a et b sont correctement définis.

5. Érosion de l'image : L'érosion est une des deux opérations fondamentales du traitement d'image morphologique, l'autre étant la dilatation [7]. Soient une image à niveau de gris $I : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ et une image binaire $SE \subseteq \mathbb{Z}^2$ (l'élément structurant), l'érosion de I par SE est notée $I \ominus SE$ ou $\epsilon_{SE}(I)$ et est définie par :

$$\forall x, (I \ominus SE)(x) = \epsilon_{SE}(I)(x) = \min_{p \in SE} I(x + p)$$

Cette étape permet de supprimer les pixels indésirables n'appartenant pas à la poutre et qui auraient survécus à la correction de contraste de l'étape précédente.

Une fois le prétraitement réalisé, la position de la fibre neutre de la poutre est estimée pour chaque colonne de l'image à l'aide d'un calcul de barycentre. On se place à l'instant t , de telle sorte que l'intensité $p_{ij}[t]$ du pixel (i, j) est simplement noté p_{ij} . Pour une image P :

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & \dots & p_{1J} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{I1} & & p_{IJ} \end{bmatrix} \quad (2)$$

On cherche à calculer le point moyen \mathbf{g} d'intensité pour chaque colonne j de l'image P ($j = 1 \dots J$).

$$\mathbf{g} = [g_1, \dots, g_J] \quad (3)$$

avec

$$g_j = \frac{\sum_i i \cdot p_{ij}}{\sum_i p_{ij}} \quad (4)$$

Soit une vidéo qui possède n images, avec $n = 1 \dots N$, le barycentre d'intensité pour chaque image n de la vidéo est calculé ensuite. La matrice des points moyens de la vidéo est alors :

$$\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_J] \quad (5)$$

avec, $j = 1 \dots J$,

$$\mathbf{g}_j = [g_{j,n}]_{n=1, \dots, N} \quad (6)$$

2.2 Caractérisation des modes propres

Un mode propre est caractérisé par sa fréquence propre, son taux d'amortissement et sa forme modale. Ce sont ces trois paramètres que l'on va chercher à extraire ici de la vidéo.

2.2.1 Reconstruction des modes

Un signal g_j provenant de l'équation 6 peut être décomposé de la manière suivante :

$$g_{j,n} = \sum_k A_{k,n} Y_{j,k} \cdot \cos(2\pi f_k n T_e + \varphi_k) \quad (7)$$

L'objectif est d'estimer la forme modale $Y_{j,k}$ pour chaque mode $k = [1 \dots K]$. Soit

$$g_{j,k,n} = A_{k,n} Y_{j,k} \cdot \cos(2\pi f_k n T_e + \varphi_k) \quad (8)$$

le signal obtenu après le filtrage passe-bande de Butterworth autour de f_k de g_j , et $\tilde{g}_{j,k}$ le signal analytique de $g_{j,k}$. Le problème étant sous-contrainte, Y_k est défini unitaire ($\frac{1}{J} \sum_j Y_{j,k}^2 = 1$). $A_{k,n}$ peut alors être estimé via la moyenne quadratique spatiale de l'enveloppe de $g_{j,k}$:

$$\hat{A}_{k,n} = \sqrt{\frac{1}{J} \sum_j |\tilde{g}_{j,k,n}|^2} \quad (9)$$

La forme modale $Y_{j,k}$ est estimée en réinjectant l'équation 9 dans l'équation 8 :

$$\hat{Y}_{j,k} = |\tilde{g}_{j,k,n}| \frac{s_{1j,k,n} \cdot s_{2k,n}}{\hat{A}_{k,n}} \quad (10)$$

avec :

- $s_{1j,k,n} = \begin{cases} 1 & \text{si } \arg(\tilde{g}_{j,k,n}) \in [0, \pi] \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$
- $s_{2k,n} = \begin{cases} -1 & \text{si } s_{1j=k,n} > 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$

2.2.2 Calcul de l'amortissement

Le calcul de l'amortissement se fait en deux étapes : la réponse impulsionnelle (R.I.) de chaque mode est estimée puis un ajustement de courbe entre l'enveloppe de la R.I. et une exponentielle décroissante est effectuée. La méthode NExT [2] (Natural Excitation Technique) permet d'estimer la R.I. à partir de l'estimation non-biaisée de la fonction d'inter-covariance. Une fois la R.I. obtenue son enveloppe est ajustée pour chaque mode par une exponentielle décroissante d'équation $f(k, t) = A(k)e^{-\beta(k)t}$ où $\beta(k)$ est le taux d'amortissement du mode k . L'équation qui relie l'amortissement modal au taux d'amortissement pour un système sous-amorti ($0 < \zeta < 1$) linéaire est donnée par [4] :

$$\zeta(k) = \frac{-\ln(\beta(k))}{\sqrt{4\pi^2 + \ln^2(\beta(k))}} \quad (11)$$

2.3 Matrice de MAC

La matrice de MAC (Modal Assurance Criterion), est une mesure largement utilisée en analyse modale pour évaluer la similarité entre deux ensembles de modes propres [6]. Cette méthode permet de déterminer dans quelle mesure les modes d'une structure ou d'un système diffèrent ou se ressemblent, en se basant sur les formes modales.

L'équation mathématique de la matrice de MAC entre \mathbf{Y} et \mathbf{Z} est donnée par :

$$\text{crossMAC}_{k,l} = \frac{\left| \sum_{j=1}^J Y_{j,k} Z_{j,l} \right|^2}{\sum_{j=1}^J (Y_{j,k} Y_{j,k}) \sum_{j=1}^J (Z_{j,l} Z_{j,l})} \quad (12)$$

Les indices "k" et "l" représentent les modes de vibration, variant de 1 à K, et "j" représente les ordonnées des points de données dans les matrices $\mathbf{Y} = [Y_{j,k}]$ et $\mathbf{Z} = [Z_{j,l}]$. On peut également définir la matrice d'autoMAC qui permet d'évaluer la qualité et la complétude de l'ensemble de modes propres obtenu :

$$\text{autoMAC}_{k,l} = \frac{\left| \sum_{j=1}^J Y_{j,k} Y_{j,l} \right|^2}{\sum_{j=1}^J (Y_{j,k} Y_{j,k}) \sum_{j=1}^J (Y_{j,l} Y_{j,l})} \quad (13)$$

2.4 Recalage spatial

La comparaison entre la vidéo et le vibromètre laser nécessite un recalage spatial des signaux. De plus, un nombre différent de points de mesure entre chaque moyen de mesure est problématique pour le calcul de la matrice de MAC qui suppose un nombre identique de points de mesure. Pour ces travaux, la méthode DTW (Dynamic Time Warping) est utilisée pour synchroniser les signaux [5]. DTW mesure la similarité entre deux matrices en trouvant le chemin optimal qui minimise la somme des distances entre les points correspondants des matrices.

Soient \mathbf{Y} et \mathbf{Z} les deux matrices à synchroniser. La distance à minimiser choisie est la distance euclidienne au carré, définie de la manière suivante :

$$d(\mathbf{z}_l, \mathbf{y}_k) = \sum_{j=1}^J (Z_{j,l} - Y_{j,k})^2 \quad (14)$$

où $\mathbf{z}_l = [Z_{1,l} \dots Z_{J,l}]$ et $\mathbf{y}_k = [Y_{1,k} \dots Y_{J,k}]$.

On construit une matrice d'accumulation des coûts D de taille $L \times K$, où chaque élément $D_{l,k}$ représente le coût accumulé jusqu'à la position (l, k) dans les matrices Y et Z . La matrice D est définie comme suit :

$$D_{l,k} = d(\mathbf{z}_l, \mathbf{y}_k) + \min \{D_{l-1,k}, D_{l,k-1}, D_{l-1,k-1}\} \quad (15)$$

avec les conditions initiales :

$$\begin{cases} D_{1,1} = d(\mathbf{z}_1, \mathbf{y}_1), \\ D_{l,1} = d(\mathbf{z}_l, \mathbf{y}_1) + D_{l-1,1}, \\ D_{1,k} = d(\mathbf{z}_1, \mathbf{y}_k) + D_{1,k-1} \end{cases} \quad (16)$$

La synchronisation optimale est obtenue en trouvant le chemin qui minimise la somme des coûts accumulés de $D_{1,1}$ à $D_{L,K}$.

3 Résultats expérimentaux

3.1 Paramètres expérimentaux

L'objectif est la reconstruction des six premiers modes de flexion d'une poutre encastrée-libre. La caméra utilisée est une caméra rapide de 2000 images par seconde ($T_e = 2000^{-1}$ s). Les étapes de prétraitement décrites dans la section 2.1 sont réalisées avec les coefficients de correction de contraste :

$$\begin{cases} a = \frac{1}{1+b} \\ b = -\max_j (P_{i=1,j}, P_{i=I,j}) \end{cases} \quad (17)$$

b est négatif afin de faire ressortir le premier plan qui est blanc par rapport au fond noir, et $Q_{i,j} = 0$ si la valeur corrigée d'intensité est négative. Afin d'éliminer les problèmes liés à d'éventuels halos lumineux, l'image est corrigée par rapport au maximum d'amplitude obtenu sur la première et la dernière ligne, ce qui correspond à l'amplitude maximale du bruit de fond. Pour ce qui est de l'érosion, une barre verticale de taille 1×5 est utilisée comme élément structurant afin de ne conserver que la poutre et d'éliminer les pixels parasites.



FIGURE 3 : Image prétraitée

Une fois le prétraitement réalisé (voir Fig. 3), la méthodologie présentée dans la section 2.2.1 est appliquée. Une excitation de type bruit blanc est appliquée pendant toute la durée de la mesure afin de pouvoir observer simultanément l'ensemble des modes de flexion présents de 0 à 1 kHz, le premier mode de torsion se situant au-delà de 1 kHz.

3.2 Comparaison des résultats obtenus

3.2.1 Fréquences et amortissements

Les fréquences propres sont obtenues avec la méthode du peak picking proposée par Liutkus [3]. Les résultats sont regroupés dans le tableau 1.

TABLE 1 : Fréquences propres

Numéro du mode	Fréquence - Vibromètre laser (Hz)	Fréquence - Vidéo (Hz)
1	6.6	6.5
2	39.4	39.4
3	109.1	108.9
4	215.3	214.9
5	355.9	355.7
6	533.7	533.8

Les fréquences obtenues avec la vidéo sont plus faibles de 1% pour les modes 1 à 5. Il faut cependant noter que la précision fréquentielle du vibromètre laser est de 0.325 Hz. Cette dernière peut être améliorée en effectuant du zero-padding sur le signal. Les six premiers modes peuvent donc bien être observés par la caméra rapide.

Les amortissements sont regroupés dans le tableau 2.

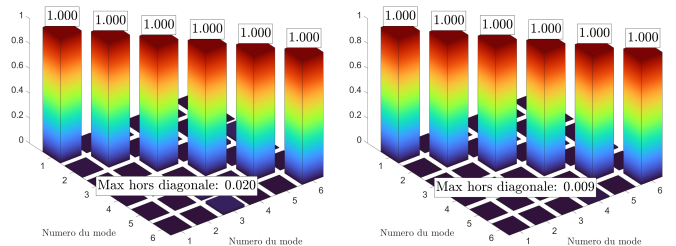
TABLE 2 : Amortissements modaux

Numéro du mode	Amortissement - Vibromètre laser	Amortissement - Vidéo
1	0.59	0.67
2	0.68	0.71
3	0.70	0.69
4	0.69	0.70
5	0.70	0.70
6	0.71	0.70

La différence absolue des amortissements $|\zeta_{vib} - \zeta_{vid}|$ est inférieure à 0.03 pour les modes 2 à 6. La différence des valeurs obtenues de l'amortissement des deux premiers modes peut se justifier par la précision fréquentielle distincte des deux moyens de mesure.

3.2.2 Matrices de MAC

Une fois les formes modales obtenues et recalées spatialement (voir Fig. 5), les matrices d'autoMAC de la vidéo et du vibromètre laser sont calculées. Les résultats sont présentés figures 4a et 4b.



(a) autoMAC de la vidéo

(b) autoMAC du vibromètre laser

FIGURE 4 : autoMAC des deux moyens de mesure

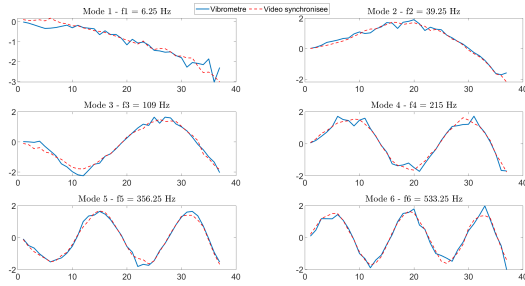


FIGURE 5 : Formes modales

Les valeurs hors diagonales pour chacune des matrices d'autoMAC sont pratiquement toutes inférieures à 1%, ce qui signifie que les modes propres peuvent être considérés comme indépendants.

La matrice crossMAC entre la vidéo et le vibromètre laser est ensuite calculée, elle est représentée figure 6.

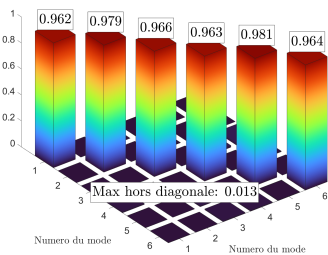


FIGURE 6 : crossMAC entre la vidéo et le vibromètre laser

La matrice de répartition des masses du système étudié étant inconnue, seule la diagonale de la matrice de crossMAC a du sens ici. Pour un seuil de 0.95, les six premiers modes de flexion peuvent être reconstruits correctement à partir de l'acquisition vidéo.

4 Discussions

Les résultats obtenus indiquent que la reconstruction des modes de vibration est réalisable en utilisant une caméra vidéo. Toutefois, il est important de noter que ces résultats peuvent être influencés par divers paramètres de mesure. La résolution est un paramètre majeur, car elle établit le nombre de pixels requis pour enregistrer une image. Elle influe directement sur le temps de traitement des algorithmes employés. En effet la complexité de l'algorithme de prétraitement, fournie tableau 3 donne une complexité totale en $\mathcal{O}(d + m)$, avec $m = I \cdot J$.

TABLE 3 : Complexités des étapes de prétraitement de l'image

Étape de prétraitement	Complexité
Image brute	$\mathcal{O}(1)$
Image en niveaux de gris	$\mathcal{O}(d)$
Image rognée (m pixels)	$\mathcal{O}(m)$
Filtrage moyen	$\mathcal{O}(m)$
Correction du contraste	$\mathcal{O}(m)$
Érosion de l'image	$\mathcal{O}(m)$
Complexité totale	$\mathcal{O}(d + m)$

Il est alors possible de montrer que la complexité globale de la méthode est $\mathcal{O}(dN \log(N))$. La cadence d'images est cruciale, déterminant le nombre de modes observables. L'éclairage, affectant la qualité des images, influence également l'analyse. Des prétraitements, comme présentés ici, peuvent pallier ce problème. Ainsi, il est essentiel de bien comprendre et choisir les paramètres de mesure afin de les optimiser pour obtenir des résultats précis et fiables. Par ailleurs, cette méthode pré suppose que l'on dispose d'un accès visuel à la partie de la machine que l'on souhaite filmer, ce qui peut être plus difficile dans certains cas. De plus, il faut une vue frontale.

5 Conclusion

L'étude de la faisabilité de la reconstruction des premiers modes de flexion d'une poutre encastree-libre à l'aide d'une caméra vidéo haute vitesse a été réalisée. Les objectifs étaient de démontrer la pertinence d'une telle méthode pour l'analyse des vibrations des structures. Les perspectives futures incluent l'utilisation de smartphones pour capturer des vidéos à haute fréquence d'images, et l'amélioration de l'analyse de données pour une précision accrue. Cette méthode de reconstruction des modes de vibration sur des machines tournantes pour la surveillance et le diagnostic présente un potentiel intéressant et mérite une exploration approfondie.

Références

- [1] J. G. CHEN, N. WADHWA, Y.-J. CHA, F. DURAND, W. T. FREEMAN et O. BUYUKOZTURK : Structural modal identification through high speed camera video : Motion magnification. In James DE CLERCK, éditeur : *Topics in Modal Analysis I, Volume 7*, pages 191–197, Cham, 2014. Springer International Publishing.
- [2] G. H. JAMES, III, T. G. CARNE et J. P. LAUFFER : The natural excitation technique (next) for modal parameter extraction from operating wind turbines.
- [3] A. LIUTKUS : Scale-Space Peak Picking. Research report, Inria Nancy - Grand Est (Villers-lès-Nancy, France), janvier 2015.
- [4] Norman S. NISE : *Control Systems Engineering / Norman S. Nise*. John Wiley Sons, Hoboken, NJ, sixth edition international student version édition, 2011.
- [5] K.K. PALIWAL, A. AGARWAL et S. S. SARVAJIT : A modification over sakoe and chiba's dynamic time warping algorithm for isolated word recognition. *Signal Processing*, 4(4):329–333, 1982.
- [6] M. PÁSTOR, M. BINDA et T. HARČARIK : Modal assurance criterion. *Procedia Engineering*, 48:543–548, 12 2012.
- [7] J. SERRA : *Image Analysis and Mathematical Morphology : Ill., Graph. Darst.* Numéro vol. 1. Academic Press, 1982.