

Détection des arêtes dans les images de distance

Roof edges detection in range images



André DAVIGNON

Centre d'Études Nucléaires (CEA)
F.A.R.-DTA/UR/RMA, B.P. 6,
92265 Fontenay aux Roses Cedex

André DAVIGNON est né en 1965. Il a obtenu le diplôme d'ingénieur de l'École Nationale Supérieure d'Électronique et de Radioélectricité de Bordeaux en 1987 et prépare actuellement son doctorat. Ses travaux portent sur la vision 3D, le traitement et le codage d'images.

RÉSUMÉ

Dans cet article est exposée une étape de la segmentation des images de distance. En se servant de l'analogie existant entre les contours d'occlusion et les arêtes nous proposons de détecter les arêtes par les extrema de dérivées secondes directionnelles ou par les passages par zéro des dérivées troisièmes directionnelles. Des méthodes permettant de calculer

les dérivées jusqu'à l'ordre 4 sont présentées. Les résultats obtenus avec les méthodes exposées sont montrés pour cinq images réelles.

MOTS CLÉS

Images de distance, contours, arêtes, segmentation.

ABSTRACT

In this article we expose a step of the segmentation process of range images. Based upon an analogy between step and roof edges it is proposed to detect roof edges by extrema of second directional derivatives or by zero crossings of third directional derivatives. We present methods to compute derivatives up to the fourth order. Results obtained with these methods are shown for five real range images.

KEY WORDS

Range images, edges, roof edges, segmentation.

1. Introduction

Depuis plus de dix ans, de nombreux travaux ont été effectués pour segmenter les images de distance. En effet, l'évolution des technologies a permis de produire des capteurs de plus en plus précis pour des temps d'acquisition raisonnables (< 1 s). Ainsi, les recherches concernant le traitement des données images issues de télémètres laser connaissent aujourd'hui un essor important, puisque ces données fournissent explicitement des informations sur la nature des surfaces « vues ». La segmentation de ces images a pris principalement deux directions non incompatibles. L'une d'elles propose de définir des régions homogènes décrivant des surfaces ([1], [2], [3]), l'autre de détecter des lignes permettant de décrire les limites des surfaces vues ([4], [5], [6]). En effet, en robotique, dans les applications de vision par ordinateur telles que la navigation de robots ou la reconnaissance d'objets, les contours (d'occlusion) et les arêtes fournissent des informations importantes sur la nature des objets ou de l'environnement. Il peut donc être utile de détecter la

présence de ces contours et ces arêtes car ils représentent des frontières certaines entre les régions. C'est dans cette deuxième direction que s'inscrit notre étude.

Certains résultats des travaux sur le traitement des images en niveaux de gris restent valables dans le cas des images de distance. En effet, la détection de contours a suscité beaucoup d'intérêt au cours des années 80 et les techniques développées permettent de détecter les contours d'occlusion ou sauts de discontinuité dans les images de distance. Rappelons ici quelques-uns des travaux dominants dans le domaine. Marr et Hildreth [7] ont proposé de détecter les points de contours au niveau des passages par zéro du signal traité par le laplacien du filtre gaussien. Haralick [8] a développé un modèle à facettes bicubiques qui permet d'estimer les dérivées du signal. Il détecte les points de contours d'après les passages par zéro des dérivées secondes directionnelles dans la direction du gradient. Canny [9] a déduit par un processus numérique le filtre optimal, suivant des critères de rapport signal bruit et de localisation, permettant de détecter un point de contour idéal noyé dans un bruit gaussien. En observant la forme de ce

filtre, il a proposé d'utiliser comme filtre la dérivée première d'une gaussienne. Les maxima locaux (dans la direction du gradient) du signal filtré sont ensuite seuillés par un processus à hystérésis. Deriche [10] a proposé un filtre à réponse impulsionnelle infinie issu du critère de Canny permettant de détecter les contours pour un indice de performance théorique plus important. Ce filtre a l'avantage de pouvoir être implanté de façon récursive et de nécessiter peu de calculs. Shen [11] a également proposé un critère de performance analogue à celui de Canny et un filtre exponentiel réalisé de manière récursive.

Tandis que les contours d'occlusion sont définis comme des discontinuités du signal, on définit les arêtes comme étant des discontinuités dans la dérivée première du signal. Fan, Medioni et Nevatia [4] ont proposé de détecter ces arêtes par les maxima des courbures directionnelles dans quatre directions à 45 degrés d'écart. Ponce et Brady [5] calculent les courbures principales et les directions principales dans lesquelles ils détectent les extrema des courbures principales. Enfin, Horain [12] propose la détection des arêtes par l'extraction de lignes de crêtes à l'aide de l'examen en chaque point des courbures principales et de celles de ses huit voisins.

Dans cet article, nous proposons de tirer parti de l'analogie existant entre la nature des sauts de discontinuité et celle des arêtes. En effet, en dérivant un profil d'arête, on obtient le profil correspondant à un saut de discontinuité. Les techniques de détection des contours utilisant les maxima du gradient ou les passages par zéro de dérivées secondes (Laplacien du Gaussien ou dérivées secondes directionnelles), nous proposons de reprendre les techniques de détection de maxima et de passages par zéro et de les appliquer respectivement aux dérivées secondes directionnelles et aux dérivées troisièmes directionnelles pour la détection des arêtes. Dans le paragraphe 2 nous exposons les techniques proposées pour la détection des arêtes, dans le paragraphe 3 la construction de l'approximation polynomiale, puis le calcul des dérivées par filtrages récursifs dans le paragraphe 4 et enfin la possibilité d'utiliser les polynômes de Chebyshev pour décrire le voisinage de la surface dans le paragraphe 5.

2. Détection des arêtes

Nous allons voir dans ce paragraphe comment, à partir de la description de la surface au voisinage d'un point, on peut détecter les points d'arête.

Soit une surface décrite au voisinage du point de coordonnées (0, 0) par un polynôme bidimensionnel $F(r, c)$.

$$F(r, c) = k_{00} + k_{10}r + k_{20}r^2 + k_{30}r^3 + k_{40}r^4 + k_{01}c + k_{11}rc + k_{21}r^2c + k_{31}r^3c + k_{02}c^2 + k_{12}rc^2 + k_{22}r^2c^2 + k_{03}c^3 + k_{13}rc^3 + k_{04}c^4.$$

Les dérivées partielles premières s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial r} = F_r &= k_{10} + 2k_{20}r + 3k_{30}r^2 + 4k_{40}r^3 \\ &+ k_{11}c + 2k_{21}rc + 3k_{31}r^2c \\ &+ k_{12}c^2 + 2k_{22}rc^2 \\ &+ k_{13}c^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial c} = F_c &= k_{01} + k_{11}r + k_{21}r^2 + k_{31}r^3 \\ &+ 2k_{02}c + 2k_{12}rc + 2k_{22}r^2c \\ &+ 3k_{03}c^2 + 3k_{13}rc^2 \\ &+ 4k_{04}c^3. \end{aligned}$$

Et les dérivées à l'ordre 2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = F_{rr} &= 2k_{20} + 6k_{30}r + 12k_{40}r^2 \\ &+ 2k_{21}c + 6k_{31}rc \\ &+ 2k_{22}c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial c} = F_{rc} &= k_{11} + 2k_{21}r + 3k_{31}r^2 \\ &+ 2k_{12}c + 4k_{22}rc \\ &+ 3k_{13}c^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial c^2} = F_{cc} &= 2k_{02} + 2k_{12}r + 2k_{22}r^2 \\ &+ 6k_{03}c + 6k_{13}rc \\ &+ 12k_{04}c^2. \end{aligned}$$

En (0, 0) les dérivées à l'ordre 2 valent :

$$\begin{aligned} F_{rr}(0) &= 2k_{20} \\ F_{rc}(0) &= k_{11} \\ F_{cc}(0) &= 2k_{02} \end{aligned}$$

et dans la direction faisant un angle α avec l'axe des c , les dérivées première et seconde directionnelles s'écrivent :

$$\begin{aligned} F'_\alpha &= F_c \cos \alpha + F_r \sin \alpha \\ F''_\alpha &= F_{cc} \cos^2 \alpha + 2F_{rc} \cos \alpha \sin \alpha + F_{rr} \sin^2 \alpha. \end{aligned}$$

En dérivant l'expression de F''_α par rapport à α nous obtenons les directions (à π près) dans lesquelles cette dérivée seconde est extrémale :

$$\frac{dF''_\alpha}{d\alpha} = (F_{rr} - F_{cc}) \sin 2\alpha + 2F_{rc} \cos 2\alpha.$$

La dérivée seconde est extrémale (pour l'angle α) lorsque

$$\frac{dF''_\alpha}{d\alpha} = 0.$$

— Si $F_{rr} = F_{cc} = F_{rc} = 0$ alors la dérivée seconde est nulle dans toutes les directions.

— Si $F_{rc} = 0$ et $F_{rr} = F_{cc}$ alors la dérivée seconde vaut F_{rr} dans toutes les directions.
— Sinon les directions vérifient.

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2F_{rc}}{F_{rr} - F_{cc}}$$

Ces deux directions sont orthogonales. Ce sont les directions des vecteurs propres de la matrice suivante :

$$\mathbf{H} = \begin{vmatrix} F_{cc} & F_{rc} \\ F_{rc} & F_{rr} \end{vmatrix}$$

Appelons α_1 et α_2 les angles formés par les deux directions trouvées avec l'axe des c , d_1 et d_2 les directions correspondantes, et λ_1 et λ_2 les dérivées secondes directionnelles dans les directions d_1 et d_2 .

Première méthode

En chaque point on calcule les dérivées secondes directionnelles λ_1 et λ_2 correspondant aux directions d_1 et d_2 (ce sont les valeurs propres de la matrice \mathbf{H}). Si ces dérivées sont des extrema locaux dans la direction d_1 ou d_2 (minimum de la dérivée seconde minimale ou maximum de la dérivée seconde maximale), alors le point est retenu. Les points obtenus sont ensuite seuillés (si $|\lambda_1| < \lambda_T$ et $|\lambda_2| < \lambda_T$ alors le point est rejeté) et les points restants sont marqués comme des points appartenant à des arêtes. λ_T est un seuil permettant de supprimer les maxima locaux des dérivées secondes directionnelles non significatifs de la présence d'un point d'arête.

Deuxième méthode

Au voisinage de $(0, 0)$, les dérivées à l'ordre 3 s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 F}{\partial r^3} &= 24 k_{40} r + 6 k_{31} c + 6 k_{30} \\ \frac{\partial^3 F}{\partial r^2 \partial c} &= 6 k_{31} r + 4 k_{22} c + 2 k_{21} \\ \frac{\partial^3 F}{\partial r \partial c^2} &= 4 k_{22} r + 6 k_{13} c + 2 k_{12} \\ \frac{\partial^3 F}{\partial c^3} &= 6 k_{13} r + 24 k_{04} c + 6 k_{03} \end{aligned}$$

Dans une direction d'angle α par rapport à l'axe des c , la dérivée troisième directionnelle vaut :

$$\begin{aligned} F_{\alpha}^{(3)} &= \frac{\partial^3 F}{\partial c^3} \cos^3 \alpha + 3 \frac{\partial^3 F}{\partial r \partial c^2} \cos^2 \alpha \sin \alpha + \\ &+ 3 \frac{\partial^3 F}{\partial r^2 \partial c} \cos \alpha \sin^2 \alpha + \frac{\partial^3 F}{\partial r^3} \sin^3 \alpha \end{aligned}$$

En écrivant $c = \rho \cos \alpha$ et $r = \rho \sin \alpha$, il vient :

$$\begin{aligned} (1) \quad F_{\alpha}^{(3)} &= (24 k_{04} \cos^4 \alpha + 24 k_{13} \cos^3 \alpha \sin \alpha + \\ &+ 24 k_{22} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \\ &+ 24 k_{31} \cos \alpha \sin^3 \alpha + 24 k_{40} \sin^4 \alpha) \rho \\ &+ (6 k_{03} \cos^3 \alpha + 6 k_{12} \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ &+ 6 k_{21} \cos \alpha \sin^2 \alpha + 6 k_{30} \sin^3 \alpha) \end{aligned}$$

$F_{\alpha}^{(3)} = 0$ est équivalent à :

$$\rho = -\frac{N\rho}{D\rho} \quad \text{avec}$$

$$\begin{aligned} N\rho &= k_{03} \cos^3 \alpha + k_{12} \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ &+ k_{21} \cos \alpha \sin^2 \alpha + k_{30} \sin^3 \alpha \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} D\rho &= 4(k_{04} \cos^4 \alpha + k_{13} \cos^3 \alpha \sin \alpha \\ &+ k_{22} \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + k_{31} \cos \alpha \sin^3 \alpha \\ &+ k_{40} \sin^4 \alpha) \end{aligned}$$

Soit ρ_T la largeur seuil de l'intervalle des valeurs permises pour ρ . Si $|\rho| < \rho_T$, si $|\lambda_1| > \lambda_T$ (ou $|\lambda_2| > \lambda_T$) et si pour la direction d_1 (ou la direction d_2) $F_{\alpha}^{(3)} = 0$ alors le point considéré est marqué comme un point appartenant à une arête.

Intéressons-nous maintenant à la manière utilisée pour décrire la surface au voisinage d'un point.

3. Approximation polynomiale

Avant d'aborder la description du voisinage d'un point sur une surface, considérons d'abord le cas d'un signal unidimensionnel.

Soit à approximer par un polynôme de degré 4 un signal unidimensionnel $s(r)$ au voisinage du point de coordonnée $r = 0$. Le développement en série entière du signal $s(r)$ s'écrit :

$$s(r) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{s^{(n)}(0)}{n!} r^n$$

$s^{(n)}(0)$ étant la dérivée n -ième de s en 0.

Le développement limité de $s(r)$ en 0 à l'ordre 4 s'écrit :

$$\begin{aligned} s(r) &= s(0) + s'(0)r + \frac{s''(0)}{2} r^2 + \frac{s^{(3)}(0)}{6} r^3 + \\ &+ \frac{s^{(4)}(0)}{24} r^4 + O(r^5) \end{aligned}$$

Soit, à présent, un signal bidimensionnel $s(r, c)$ à approximer au voisinage du point de coordonnées $(0, 0)$. La formule de Taylor Lagrange donne en (r_0, c_0) :

$$s(r_0, c_0) = \sum_{n=0}^p \frac{(H^n(s))(0, 0)}{n!} + \frac{(H^{p+1}(s)) \theta(r_0, c_0)}{(p+1)!}$$

avec $\theta \in]0, 1[$ et

$$H(s) = r_0 \frac{\partial s}{\partial r} + c_0 \frac{\partial s}{\partial c}$$

$s(r, c)$ est approximé à l'ordre 4 par :

$$\begin{aligned}
 s(r, c) \approx & s(0, 0) + \frac{\partial s}{\partial r}(0, 0) r + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 s}{\partial r^2}(0, 0) r^2 \\
 & + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 s}{\partial r^3}(0, 0) r^3 + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 s}{\partial r^4}(0, 0) r^4 \\
 & + \frac{\partial s}{\partial c}(0, 0) c + \frac{\partial^2 s}{\partial r \partial c}(0, 0) rc \\
 & + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 s}{\partial r^2 \partial c}(0, 0) r^2 c + \frac{1}{6} \frac{\partial^4 s}{\partial r^3 \partial c}(0, 0) r^3 c \\
 & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 s}{\partial c^2}(0, 0) c^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 s}{\partial r \partial c^2}(0, 0) rc^2 \\
 & + \frac{1}{4} \frac{\partial^4 s}{\partial r^2 \partial c^2}(0, 0) r^2 c^2 \\
 & + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 s}{\partial c^3}(0, 0) c^3 + \frac{1}{6} \frac{\partial^4 s}{\partial r \partial c^3}(0, 0) rc^3 \\
 & + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 s}{\partial c^4}(0, 0) c^4.
 \end{aligned}$$

Ainsi, l'estimation des dérivées partielles jusqu'à l'ordre 4 de l'image dans les deux dimensions permet, en chaque point, de construire un polynôme bidimensionnel qui approxime la surface au voisinage du point considéré. Ce polynôme sert, comme exposé au paragraphe 2, à détecter les points d'arête. Nous proposons d'effectuer cette approximation soit par le calcul numérique des dérivées par filtrage récursif, soit par l'utilisation des polynômes de Chebyshev.

4. Calcul des dérivées par filtres récursifs

Les filtres récursifs permettant de calculer les dérivées d'un signal bruité ont été introduit par Shen [11] d'une part et par Deriche [10] d'autre part.

4.1. FILTRES DE SHEN ET DE DERICHE

Le filtre de Shen est donné par la séquence suivante :

$$S(n) = K_s e^{-\alpha |n|}$$

et son aspect est présenté sur la figure 1.

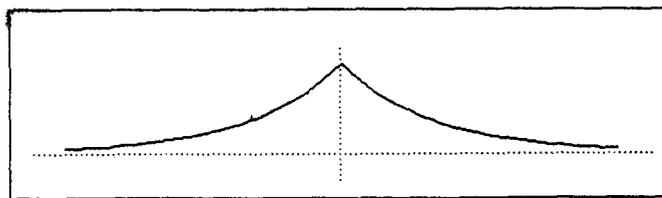


Figure 1. — Aspect du filtre de lissage de Shen.

Le filtre de Deriche correspond au filtre optimal au sens de Canny [9] à réponse impulsionnelle infinie. Le filtre de lissage est donné par la séquence suivante :

$$D(n) = K_d (1 + \alpha |n|) e^{-\alpha |n|}.$$

L'aspect de ce filtre est présenté sur la figure 2.

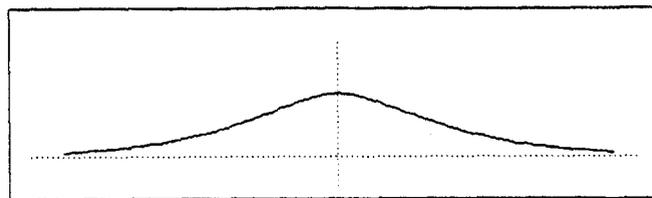


Figure 2. — Aspect du filtre de lissage de Deriche.

Le paramètre α , strictement positif, détermine le degré de lissage de ces filtres. Lorsque α diminue, le lissage est plus important et le rapport signal/bruit augmente au détriment de la localisation. Lorsque α croît la localisation devient meilleure et le rapport signal/bruit diminue.

Ces filtres ont été appliqués pour la détection de contours à des images de luminance et sont très bien adaptés à la détection des contours d'occlusion dans les images de distance. De même lorsque l'on utilise la méthode 1 présentée dans le paragraphe 2 la dérivée seconde du filtre de Deriche permet de détecter les maxima des dérivées secondes directionnelles et donc les arêtes présentes dans l'image. Cependant, la détection des arêtes dans les images de distance nécessite des calculs de dérivées troisièmes et quatrièmes si l'on peut détecter les passages par zéro des dérivées troisièmes directionnelles (méthode 2, § 2). Le filtre de Shen présente une discontinuité dans sa dérivée première et celui de Deriche dans sa dérivée troisième. C'est pourquoi nous avons été amenés à synthétiser des filtres d'ordre supérieur permettant de calculer les dérivées jusqu'à l'ordre 4. Le filtre de lissage présenté a été construit de telle manière que ses dérivées soient continues jusqu'à l'ordre 4.

4.2. FILTRE DE LISSAGE D'ORDRE 3

On se propose de construire un filtre symétrique dont la séquence est du type

$$\begin{aligned}
 S(x) &= (1 + \alpha x + \beta x^2) e^{-\gamma x} \quad \text{pour } x \geq 0 \\
 S(x) &= (1 - \alpha x + \beta x^2) e^{\gamma x} \quad \text{pour } x < 0.
 \end{aligned}$$

La dérivée première de ce filtre s'écrit :

$$\frac{dS}{dx} = S'(x) = ((\alpha - \gamma) + (2\beta - \alpha\gamma)x - \beta\gamma x^2) e^{-\gamma x}.$$

La condition $S'(0) = 0$ (S' impaire) impose $\alpha = \gamma$. Donc

$$\begin{aligned}
 S(x) &= (1 + \alpha x + \beta x^2) e^{-\alpha x} \quad \text{pour } x \geq 0 \\
 S(x) &= (1 - \alpha x + \beta x^2) e^{\alpha x} \quad \text{pour } x < 0
 \end{aligned}$$

d'où

$$(2) \frac{dS}{dx} = S'(x) = ((2\beta - \alpha^2)x - \alpha\beta x^2) e^{-\alpha x} \quad \text{pour } x \geq 0$$

$$(2') \frac{dS}{dx} = S'(x) = ((2\beta - \alpha^2)x + \alpha\beta x^2) e^{\alpha x} \quad \text{pour } x < 0$$

$$(3) \frac{d^2S}{dx^2} = S''(x) = ((2\beta - \alpha^2) + (\alpha^3 - 4\alpha\beta)x + \alpha^2\beta x^2) e^{-\alpha x} \quad \text{pour } x \geq 0$$

$$(3') \frac{d^2S}{dx^2} = S''(x) = ((2\beta - \alpha^2) - (\alpha^3 - 4\alpha\beta)x + \alpha^2\beta x^2) e^{\alpha x} \quad \text{pour } x < 0$$

$$(4) \frac{d^3S}{dx^3} = S^{(3)}(x) = ((2\alpha^3 - 6\alpha\beta) + (6\alpha^2\beta - \alpha^4)x - \alpha^3\beta x^2) e^{-\alpha x} \quad \text{pour } x \geq 0$$

$$(4') \frac{d^3S}{dx^3} = S^{(3)}(x) = ((2\alpha^3 - 6\alpha\beta) + (6\alpha^2\beta - \alpha^4)x + \alpha^3\beta x^2) e^{\alpha x} \quad \text{pour } x < 0$$

$$(5) \frac{d^4S}{dx^4} = S^{(4)}(x) = ((12\alpha^2\beta - 3\alpha^4) - (8\alpha^3\beta - \alpha^5)x + \alpha^4\beta x^2) e^{-\alpha x} \quad \text{pour } x \geq 0$$

$$(5') \frac{d^4S}{dx^4} = S^{(4)}(x) = ((12\alpha^2\beta - 3\alpha^4) + (8\alpha^3\beta - \alpha^5)x + \alpha^4\beta x^2) e^{\alpha x} \quad \text{pour } x < 0.$$

La condition $S^{(3)}(0) = 0$ impose $\beta = \alpha^2/3$. Donc la séquence du filtre de lissage s'écrit :

$$S_0(n) = A_0 \left(1 + \alpha|n| + \frac{\alpha^2}{3} n^2 \right) e^{-\alpha|n|}$$

avec $\alpha > 0$.

A_0 est une constante de normalisation dont l'expression est :

$$A_0 = \frac{N_0}{D_0} \quad \text{avec}$$

$$N_0 = (1 - e^{-\alpha})^3 \quad \text{et}$$

$$D_0 = 1 + (-1 + 2\alpha + 2\alpha^2/3) e^{-\alpha} + (-1 - 2\alpha + 2\alpha^2/3) e^{-2\alpha} + e^{-3\alpha}.$$

Le paramètre α joue le même rôle que celui des filtres de Shen et de Deriche concernant le lissage.

L'aspect de ce filtre est présentée sur la figure 3.

Les dérivées du signal lissé sont calculées en appliquant au signal les filtres dont les séquences sont les dérivées du filtre de lissage. Ainsi les filtres permettant de calculer les dérivées sont de la forme suivante :

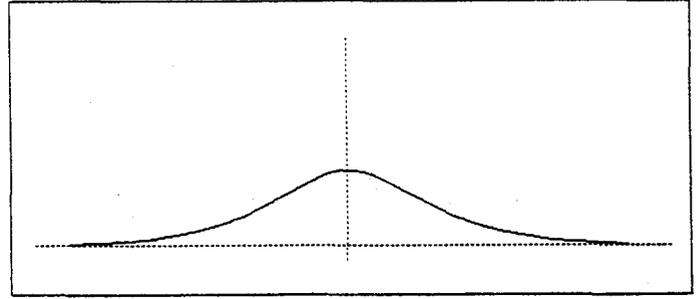


Figure 3. — Aspect du filtre de lissage d'ordre 3.

4.3. DÉRIVÉE PREMIÈRE

En ré-écrivant (2) et (2') on obtient :

$$S_1(n) = A_1(n + \alpha n^2) e^{-\alpha n} \quad \text{pour } n \geq 0$$

$$S_1(n) = A_1(n - \alpha n^2) e^{\alpha n} \quad \text{pour } n < 0.$$

A_1 est une constante de normalisation donnée par :

$$A_1 = \frac{(1 - e^{-\alpha})^4}{(2 + 2\alpha) e^{-\alpha} + 8\alpha e^{-2\alpha} + (-2 + 2\alpha) e^{-3\alpha}}.$$

L'aspect de ce filtre est présenté sur la figure 4.

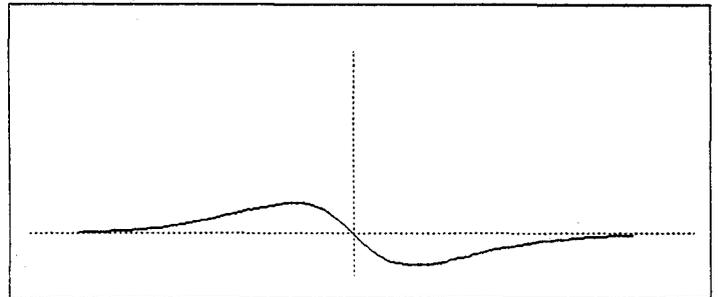


Figure 4. — Aspect du filtre de dérivée première.

4.4. DÉRIVÉE SECONDE

Nous ré-écrivons les expressions (3) et (3') de telle manière que la réponse à un signal constant soit nulle. Ce qui donne :

$$S_2(n) = A_2(1 + K_2 \alpha n - \alpha^2 n^2) e^{-\alpha n} \quad \text{pour } n \geq 0$$

$$S_2(n) = A_2(1 - K_2 \alpha n - \alpha^2 n^2) e^{\alpha n} \quad \text{pour } n < 0.$$

A_2 est une constante de normalisation.

K_2 est la constante qui permet d'obtenir une réponse nulle pour un signal constant.

$$A_2 = \frac{N_2}{D_2} \quad \text{avec}$$

$$N_2 = (1 - e^{-\alpha})^5 \quad \text{et}$$

$$D_2 = (1 + \alpha - K_2 \alpha^2) e^{-\alpha} + (-1 + 3\alpha - 11 K_2 \alpha^2) e^{-2\alpha} + (-1 - 3\alpha - 11 K_2 \alpha^2) e^{-3\alpha} + (-1 - \alpha - K_2 \alpha^2) e^{-4\alpha}$$

$$K_2 = \frac{(1 - e^{-2\alpha})(1 - e^{-\alpha}) + 2\alpha e^{-\alpha}(1 - e^{-\alpha})}{2\alpha^2 e^{-\alpha}(1 + e^{-\alpha})}$$

L'aspect de ce filtre est présenté sur la figure 5.

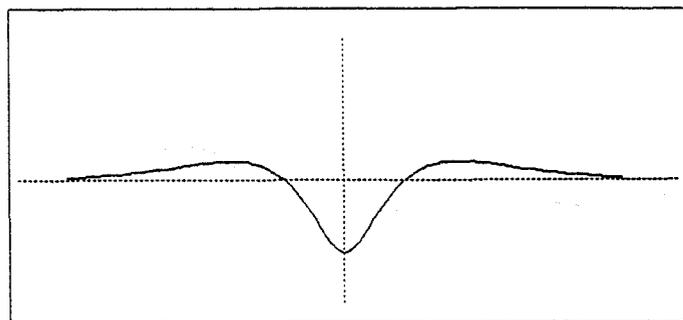


Figure 5. — Aspect du filtre de dérivée seconde.

4.5. DÉRIVÉE TROISIÈME

Ce filtre devant produire une réponse nulle à un signal en x , nous ré-écrivons les expressions (4) et (4') de la manière suivante :

$$S_3(n) = A_3(3n - K_3 \alpha n^2) e^{-\alpha n} \quad \text{pour } n \geq 0$$

$$S_3(n) = A_3(3n + K_3 \alpha n^2) e^{\alpha n} \quad \text{pour } n < 0$$

A_3 est une constante de normalisation et K_3 est la constante qui permet de donner une réponse nulle à un signal en x . Ces constantes sont données par :

$$A_3 = \frac{N_3}{D_3} \quad \text{avec}$$

$$N_3 = 3(1 - e^{-\alpha})^6 \quad \text{et}$$

$$D_3 = (3 - K_3 \alpha) e^{-\alpha} + (30 - 26 K_3 \alpha) e^{-2\alpha} - 66 K_3 \alpha e^{-3\alpha} + (-30 - 26 K_3 \alpha) e^{-4\alpha} + (-3 - K_3 \alpha) e^{-5\alpha}$$

$$K_3 = \frac{3(1 - e^{-2\alpha})}{\alpha(1 + 4e^{-\alpha} + e^{-2\alpha})}$$

La forme de ce filtre est présentée sur la figure 6.

4.6. DÉRIVÉE QUATRIÈME

Ce filtre dont l'aspect est présenté sur la figure 7 a pour séquence :

$$S_4(n) = A_4(3 - 5 K_4 \alpha n + K_4' \alpha^2 n^2) e^{-\alpha n} \quad \text{pour } n \geq 0$$

$$S_4(n) = A_4(3 + 5 K_4 \alpha n + K_4' \alpha^2 n^2) e^{\alpha n} \quad \text{pour } n < 0$$

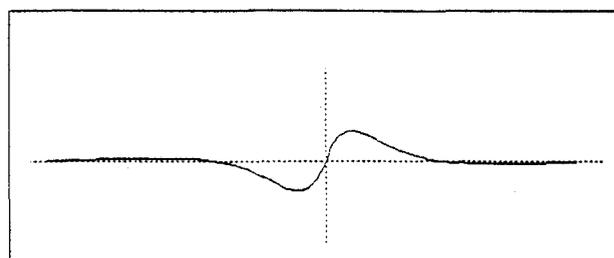


Figure 6. — Aspect du filtre de dérivée troisième.

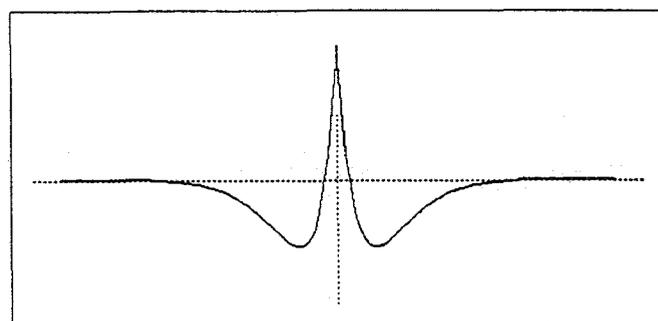


Figure 7. — Aspect du filtre de dérivée quatrième.

ce qui est dérivé des expressions (5) et (5') reformulées de telle manière que les réponses à des signaux constants et en x^2 soient nulles.

A_4 est une constante de normalisation dont l'expression est :

$$A_4 = \frac{N_4}{D_4}$$

avec $N_4 = 12(1 - e^{-\alpha})^7$ et

$$D_4 = (3 - 5 K_4 \alpha + \alpha^2 K_4') e^{-\alpha} + (27 - 125 K_4 \alpha + 57 \alpha^2 K_4') e^{-2\alpha} + (-30 - 200 K_4 \alpha + 302 \alpha^2 K_4') e^{-3\alpha} + (-30 + 200 K_4 \alpha + 302 \alpha^2 K_4') e^{-4\alpha} + (27 + 125 K_4 \alpha + 57 \alpha^2 K_4') e^{-5\alpha} + (3 + 5 K_4 \alpha + \alpha^2 K_4') e^{-6\alpha}$$

K_4 et K_4' , constantes qui permettent d'obtenir une réponse nulle pour un signal constant et pour un signal en x^2 , sont les solutions du système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$-10\alpha e^{-\alpha}(1 - e^{-\alpha}) K_4 + 2\alpha^2 e^{-\alpha}(1 + e^{-\alpha}) K_4' = 3(-1 + e^{-\alpha} + e^{-2\alpha} - e^{-3\alpha})$$

$$-5\alpha(1 + 3e^{-\alpha} - 3e^{-2\alpha} - e^{-3\alpha}) K_4 + \alpha^2(1 + 11e^{-\alpha} + 11e^{-2\alpha} + e^{-3\alpha}) K_4' = 3(-1 + e^{-\alpha} + e^{-2\alpha} - e^{-3\alpha})$$

ce qui donne :

$$K_4 = \frac{1 + 8 e^{-\alpha} - e^{-2\alpha} - 16 e^{-3\alpha} - e^{-4\alpha} + 8 e^{-5\alpha} + e^{-6\alpha}}{20 \alpha e^{-2\alpha}(1 - e^{-2\alpha})}$$

$$K'_4 = \frac{(1 - e^{-2\alpha})^2}{4 \alpha^2 e^{-2\alpha}}$$

4.7. RÉALISATION DES FILTRES

Les filtres sont tous de la forme suivante :

$$S_{i+}(n) = A_i(C_{0+} + C_{1+}n + C_{2+}n^2) e^{-\alpha n} \text{ pour } n \geq 0$$

$$S_{i-}(n) = A_i(C_{0-} + C_{1-}n + C_{2-}n^2) e^{\alpha n} \text{ pour } n < 0$$

et ont pour transformée en Z :

$$Z(S_{i+}) = \frac{C_{0+} + (-2C_{0+} + C_{1+} + C_{2+}) e^{-\alpha} z^{-1}}{1 - 3 e^{-\alpha} z^{-1} + 3 e^{-2\alpha} z^{-2} - e^{-3\alpha} z^{-3}} + \frac{(C_{0+} - C_{1+} + C_{2+}) e^{-2\alpha} z^{-2}}{1 - 3 e^{-\alpha} z^{-1} + 3 e^{-2\alpha} z^{-2} - e^{-3\alpha} z^{-3}}$$

$$Z(S_{i-}) = \frac{(C_{0-} - C_{1-} + C_{2-}) e^{-\alpha} z}{1 - 3 e^{-\alpha} z + 3 e^{-2\alpha} z^2 - e^{-3\alpha} z^3} + \frac{(-2C_{0-} + C_{1-} + C_{2-}) e^{-2\alpha} z^2}{1 - 3 e^{-\alpha} z + 3 e^{-2\alpha} z^2 - e^{-3\alpha} z^3} + \frac{C_{0-} e^{-3\alpha} z^3}{1 - 3 e^{-\alpha} z + 3 e^{-2\alpha} z^2 - e^{-3\alpha} z^3}$$

Soit $x(m)$ le signal d'origine, le signal $y(m)$ traité par le filtre dont la réponse impulsionnelle est S_i est donnée par :

$$y_+(m) = C_{0+} x(m) + (-2C_{0+} + C_{1+} + C_{2+}) e^{-\alpha} x(m-1) + (C_{0+} - C_{1+} + C_{2+}) e^{-2\alpha} x(m-2) + 3 e^{-\alpha} y_+(m-1) - 3 e^{-2\alpha} y_+(m-2) + e^{-3\alpha} y_+(m-3)$$

$$y_-(m) = (C_{0-} - C_{1-} + C_{2-}) e^{-\alpha} x(m+1) + (-2C_{0-} + C_{1-} + C_{2-}) e^{-2\alpha} x(m+2) + C_{0-} e^{-3\alpha} x(m+3) + 3 e^{-\alpha} y_-(m+1) - 3 e^{-2\alpha} y_-(m+2) + e^{-3\alpha} y_-(m+3)$$

$$y(m) = y_+(m) + y_-(m)$$

où $y_+(m)$ et $y_-(m)$ sont les réponses aux parties causales et anticausales du filtre.

Pour un signal bidimensionnel, les différentes dérivées s'obtiennent en appliquant successivement le filtre désiré dans la direction correspondante.

Considérons à présent l'approximation du voisinage de la surface d'un point à l'aide des polynômes de Chebyshev.

5. Polynômes de Chebyshev

Ces polynômes ont été utilisés par Haralick [8] pour son modèle à facettes bicubiques et la détection de contours dans des images à niveaux de gris. Nous en redonnons ici l'expression jusqu'à l'ordre 4 et la méthode permettant d'effectuer l'approximation. Cette approximation s'effectue sur l'image lissée par un filtre gaussien dont le noyau de convolution à une dimension est donné par :

$$G = \frac{1}{64} [1 \ 6 \ 15 \ 20 \ 15 \ 6 \ 1]$$

5.1. SIGNAL UNIDIMENSIONNEL

Le voisinage considéré autour du point de coordonnée 0 est l'ensemble S des points de coordonnées $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$;

On définit $\mu_k = \sum_{s \in S} s^k$.

Soit :

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 7 & \mu_1 &= 0 \\ \mu_2 &= 28 & \mu_3 &= 0 \\ \mu_4 &= 196 & \mu_5 &= 0 \\ \mu_6 &= 1588 \end{aligned}$$

Les polynômes de Chebyshev sont construits par récurrence de la manière suivante :

$$P_0 = 1$$

P_n est trouvé en écrivant que $P_n = \sum_{p=0, \dots, n-1} a_p r^p$ ($a_n = 1$)

est orthogonal aux n premiers polynômes P_0, P_1, \dots, P_{n-1} . Ce qui donne n équations linéaires sur les coefficients de P_n . Pour $i = 0, \dots, n-1$, on écrit :

$$\sum_{s \in S} P_i(r) (r^n + a_{n-1} r^{n-1} + \dots + a_1 r + a_0) = 0.$$

On obtient ainsi les polynômes :

$$\begin{aligned} P_0(r) &= 1 \\ P_1(r) &= r \\ P_2(r) &= r^2 - (\mu_2/\mu_0) \\ P_3(r) &= r^3 - (\mu_4/\mu_2) r \\ P_4(r) &= r^4 + \frac{\mu_4 \mu_2 - \mu_6 \mu_0}{\mu_4 \mu_0 - \mu_2^2} r^2 + \frac{\mu_6 \mu_2 - \mu_4^2}{\mu_4 \mu_0 - \mu_2^2} \end{aligned}$$

Ainsi, étant donné un signal $d(r)$ dans l'intervalle S, on effectue une approximation de $d(r)$ par une combinaison linéaire $Q(r)$ des polynômes précédemment définis :

$$Q(r) = \sum_{n=0}^4 a_n P_n(r) \text{ avec } a_n = \sum_{s \in S} P_n(s) d(s) / \sum_{s \in S} P_n^2(s)$$

ce qui revient, pour calculer chaque coefficient a_n , à effectuer une convolution sur le signal $d(s)$. Les noyaux de convolution sont donnés par :

$$K_n = \frac{1}{N_n} [P_n(-3); P_n(-2); P_n(-1); P_n(0); P_n(1); P_n(2); P_n(3)]$$

ce qui donne pour $n = 0, \dots, 4$

$$K_0 = \frac{1}{N_0} [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$$

$$K_1 = \frac{1}{N_1} [-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3]$$

$$K_2 = \frac{1}{N_2} [5, 0, -3, -4, -3, 0, 5]$$

$$K_3 = \frac{1}{N_3} [-6, 6, 6, 0, -6, -6, 6]$$

$$K_4 \approx \frac{1}{N_4} [5, 1429; -12, 0; 1, 7143; 10, 2857; 1, 7143; -12, 0; 5, 1429]$$

avec

$$\begin{aligned} N_0 &= 7 & N_1 &= 28 \\ N_2 &= 84 & N_3 &= 216 \\ N_4 &\approx 452, 57144 \end{aligned}$$

5.2. SIGNAL BIDIMENSIONNEL

Le voisinage considéré est $S^2 = S \times S$. Il s'agit d'approximer un signal $d(r, c)$ par une combinaison linéaire de polynômes bidimensionnels $P_{m,n}(r, c)$ avec $m \geq 0, n \geq 0$ et $(m+n) \leq 4$. Les polynômes $P_{m,n}(r, c)$ sont donnés par les polynômes obtenus pour traiter un signal unidimensionnel. On a donc :

$$P_{m,n}(r, c) = P_m(r) \cdot P_n(c).$$

Le signal $d(r, c)$ est donc approximé par :

$$Q(r, c) = \sum_{m+n \leq 4} a_{m,n} P_{m,n}(r, c)$$

avec

$$a_{m,n} = \sum_{r,c \in S} P_{m,n}(r, c) d(r, c) / \sum_{s_1, s_2 \in S} P_{m,n}^2(s_1, s_2).$$

L'approximation est effectuée en calculant les coefficients $a_{m,n}$ par des convolutions du signal avec les noyaux $K_{m,n}$ donnés par :

$$K_{m,n} = {}^t K_m K_n.$$

En ce qui concerne la détection des passages par zéro des dérivées troisièmes directionnelles, notons que, outre les calculs de dérivées premières et secondes, il n'est pas indispensable de calculer toutes les dérivées troisièmes et quatrièmes. Seulement deux convolutions par point doi-

vent être effectuées. En effet, la formule (1) (§ 2) de la dérivée troisième directionnelle peut être ré-écrite de la manière suivante :

$$F_\alpha^{(3)} = a(\alpha) \rho + b(\alpha).$$

Si l'on permet à l'angle α de varier par pas de π/n , on peut stocker dans des tables n noyaux de convolution permettant de calculer a et n noyaux de convolution permettant de calculer b . En effet, puisque la convolution est une opération linéaire, ces noyaux sont eux-mêmes des combinaisons linéaires des noyaux permettant de calculer les dérivées troisièmes et quatrièmes.

Ainsi, si l'on note $K_{m,n}$ les noyaux permettant de calculer les coefficients $k_{m,n}$, et si $\alpha = \pi/i$, les noyaux K_a et K_b permettant de calculer a et b valent :

$$\begin{aligned} K_a &= 6 K_{04} \cos^4(\pi/i) + 12 K_{13} \cos^3(\pi/i) \sin(\pi/i) + \\ &\quad + 4 K_{22} \cos^2(\pi/i) \sin^2(\pi/i) \\ &\quad + 12 K_{31} \cos(\pi/i) \sin^3(\pi/i) + 6 K_{40} \sin^4(\pi/i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_b &= 6 K_{03} \cos^3(\pi/i) + 2 K_{12} \cos^2(\pi/i) \sin(\pi/i) + \\ &\quad + 2 K_{21} \cos(\pi/i) \sin^2(\pi/i) + 6 K_{30} \sin^3(\pi/i). \end{aligned}$$

6. Résultats et conclusion

Que la méthode employée soit celle des passages par zéro des dérivées troisièmes directionnelles ou celle des maxima des dérivées secondes directionnelles, on détecte toujours les maxima entourant les passages par zéro des dérivées secondes du signal au niveau des contours d'occlusion. Ces maxima sont supprimés en appliquant un seuil maximal aux dérivées premières directionnelles dans les directions d_1 et d_2 .

Nous avons simulé les deux méthodes de détection des arêtes avec les deux manières de calculer les dérivées précédemment exposées. Le calcul des dérivées par les filtres récursifs présente les avantages liés à ce type de filtres en ce qui concerne le nombre d'opérations à effectuer. En effet, le calcul d'une dérivée en un point de l'image par cette méthode demande au plus 24 multiplications et 21 additions, contre 49 multiplications et 48 additions pour le calcul par les convolutions. De plus, le lissage peut être contrôlé de manière très fine par l'intermédiaire du coefficient α . Cependant, si l'on ne désire pas calculer les dérivées troisièmes et quatrièmes, les passages par zéro des dérivées troisièmes directionnelles peuvent être détectés, comme exposé à la fin du paragraphe 5, par le calcul de 2 convolutions seulement, à l'aide de deux opérateurs directionnels.

Nous ne reportons ici que les résultats obtenus avec les filtres récursifs pour $\alpha = 1, 2$. Nous avons remarqué que la méthode 1 produit des arêtes de l'épaisseur du pixel tandis que la méthode 2 tend à produire des arêtes mieux connectées que la méthode 1, en particulier lors de l'interconnection de plusieurs arêtes. L'estimation des dérivées troisièmes et quatrièmes permet assez bien,

malgré le bruit, de détecter les passages par zéro des dérivées troisièmes directionnelles. Enfin, dans les deux cas, la jonction entre une arête et deux contours d'occlusion est manquante. Ceci est probablement dû au lissage ainsi qu'aux directions de recherche de points d'arêtes dont le calcul paraît perturbé dans ce type de jonction.

Nous exposons les résultats obtenus pour 5 images de distance, représentatives des tests effectués sur un grand nombre d'images. Les images CHAIR03 et CAR01 des figures 8 et 12 sont fournies par Gérard Médioni de l'*Institute of Robotics and Intelligent Systems* de l'*University of Southern California*. La figure 11 montre, à titre

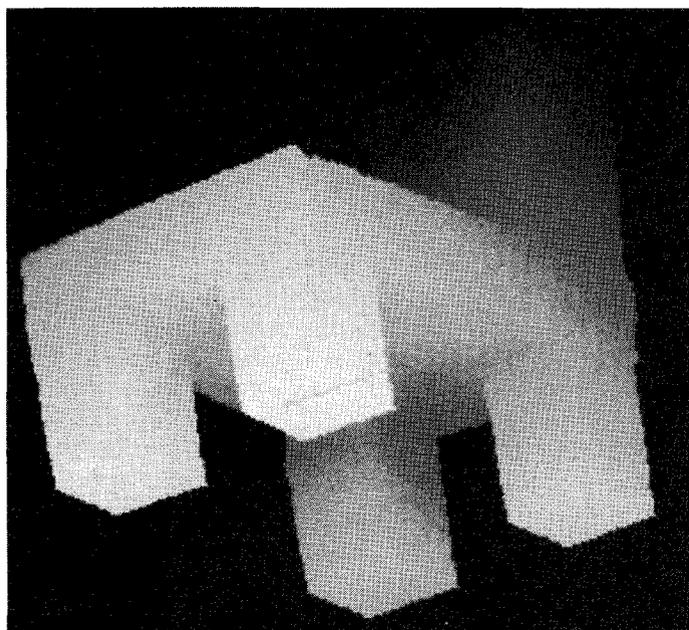


Figure 8. — Image CHAIR03.

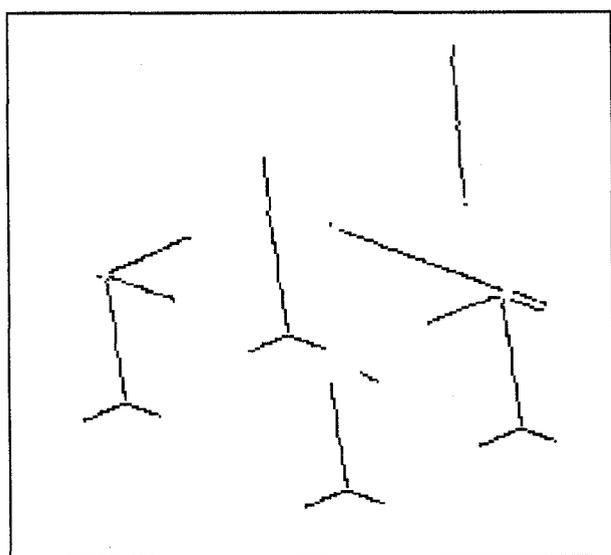


Figure 9. — Arêtes extraites de l'image CHAIR03 avec la méthode 1.

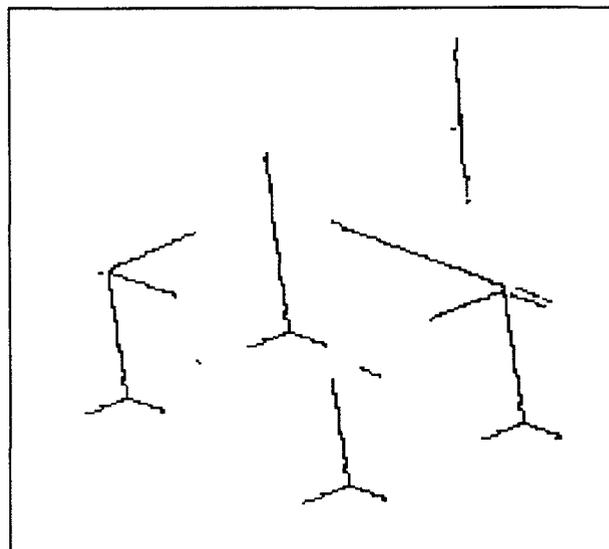


Figure 10. — Arêtes extraites de l'image CHAIR03 avec la méthode 2.

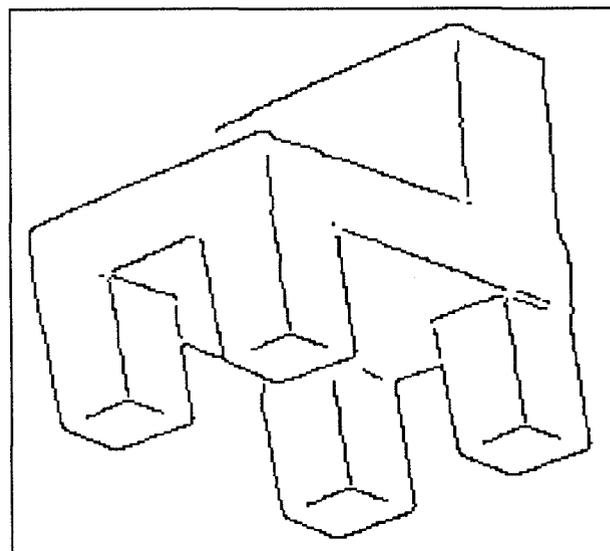


Figure 11. — Arêtes et contours extraits de l'image CHAIR03.

indicatif, les arêtes obtenues avec la méthode 1 pour l'image CHAIR03, ainsi que les contours d'occlusion obtenus par suppression des non maxima du gradient dans sa direction et seuillage. Cette image donne une idée de la position des arêtes obtenues par rapport aux contours d'occlusion ainsi que des problèmes rencontrés lors de la connection d'une arête et d'un contour d'occlusion.

L'image PIÈCE MÉCANIQUE de la figure 15 est issue d'une caméra 3D par triangulation du *Département DTA/LETI* du CEA.

L'image de distance CORNER a été fournie par la société américaine *Odetics*. Pour une meilleure visualisation, la

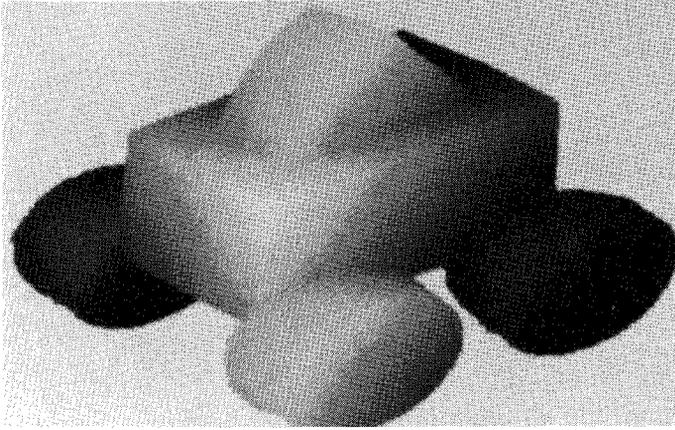


Figure 12. — Image CAR01.

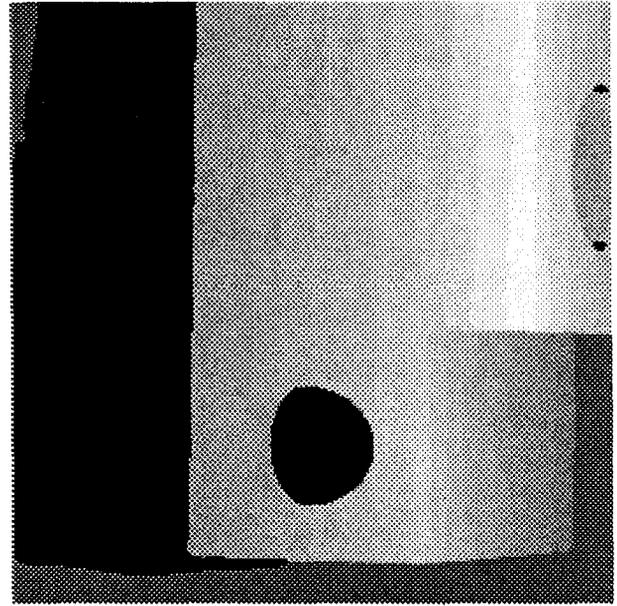


Figure 15. — Image PIÈCE MÉCANIQUE.

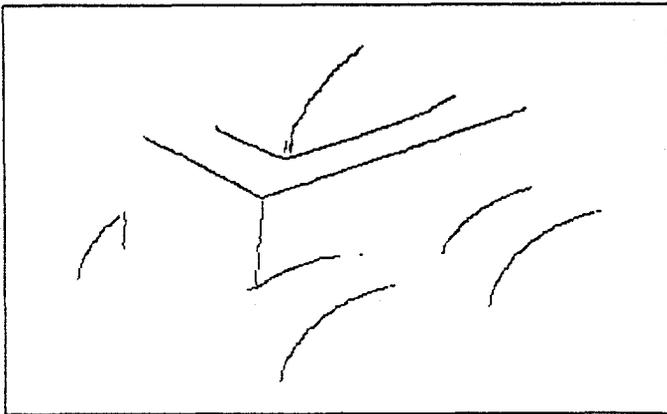


Figure 13. — Arêtes extraites de l'image CAR01 avec la méthode 1.

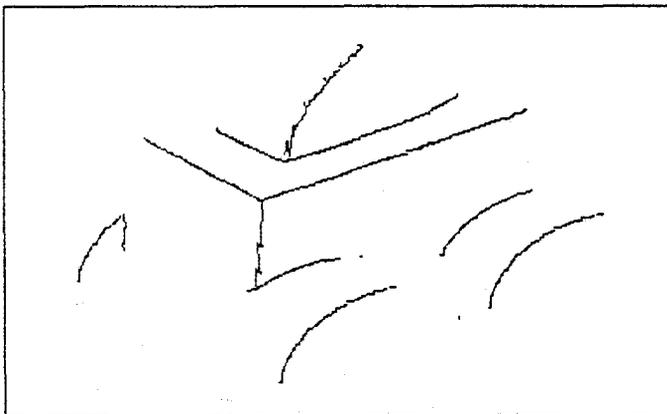


Figure 14. — Arêtes extraites de l'image CAR01 avec la méthode 2.

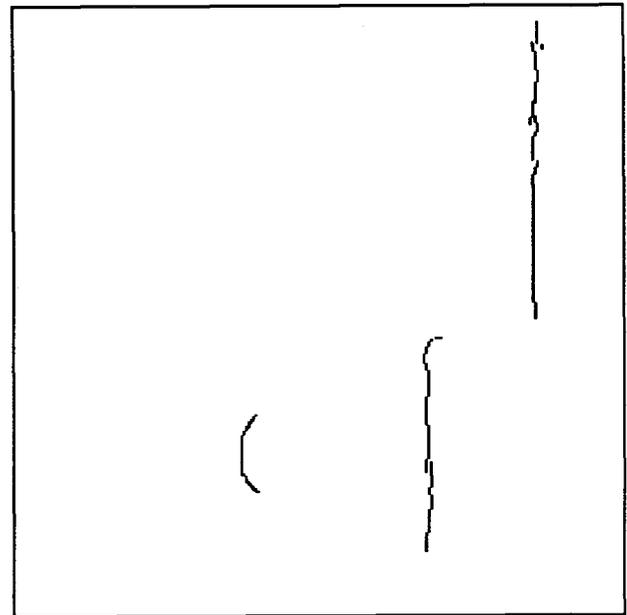


Figure 16. — Arêtes extraites de l'image PIÈCE MÉCANIQUE avec la méthode 1.

figure 18 montre une image d'éclairage (donnée par *Odetics*) correspondant à cette image de distance.

Enfin, l'image de distance *CORRIDOR* est issue du capteur du *Département de Robotique Mobile Autonome du Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes*. Dans ce cas également, pour la visualisation, la figure 21

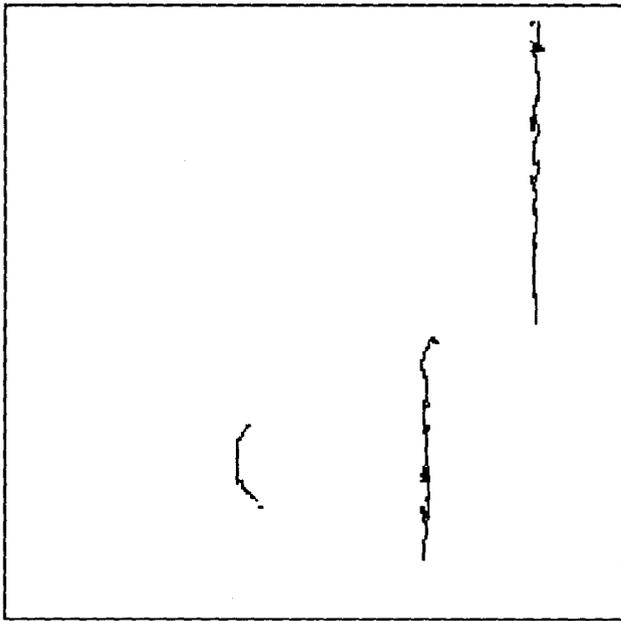


Figure 17. — Arêtes extraites de l'image PIÈCE MÉCANIQUE avec la méthode 2.

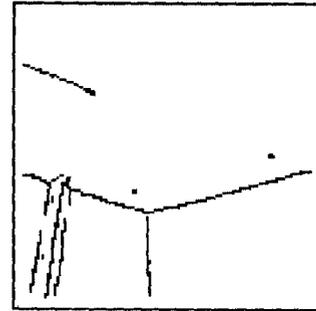


Figure 20. — Arêtes extraites de l'image CORNER avec la méthode 2.

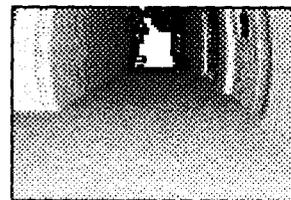


Figure 21. — Image CORRIDOR (éclairage).

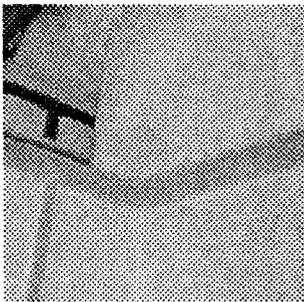


Figure 18. — Image CORNER (éclairage).

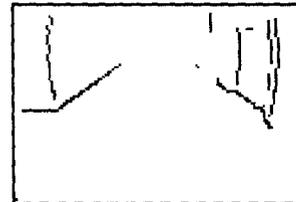


Figure 22. — Arêtes extraites de l'image CORRIDOR avec la méthode 1.

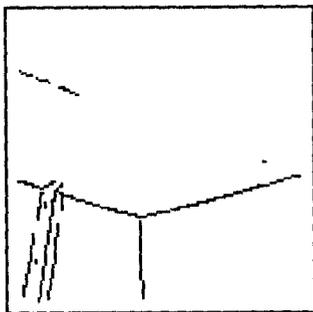


Figure 19. — Arêtes extraites de l'image CORNER avec la méthode 1.

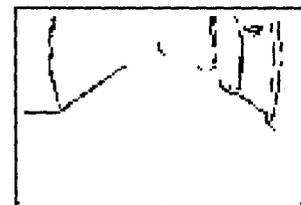


Figure 23. — Arêtes extraites de l'image CORRIDOR avec la méthode 2.

montre l'image d'éclairage de cette image de distance, construite selon le modèle décrit dans [4] : l'éclairage est proportionnel au cosinus de l'angle entre la source de lumière et la normale à la surface en chaque point, celle-ci étant calculée par des convolutions sur un voisinage 3×3 .

Les valeurs de seuils utilisées, obtenues de manière expérimentale, sont les mêmes pour toutes les images traitées et valent $\rho_T = 0,6$ et $\lambda_T = 0,1$.

Les méthodes exposées présentent l'avantage de travailler sur les dérivées directionnelles et non pas sur les courbures. Il n'est donc pas nécessaire de calculer les directions des courbures principales ou d'examiner plusieurs directions. Nos travaux portent actuellement sur la fermeture des contours et arêtes et vont s'orienter vers une segmentation en régions des scènes. Les contours et arêtes obtenues serviront en premier lieu de point d'arrêt pour ces régions et ensuite à leur identification.

L'auteur remercie Pascal Aubry et Christophe Leroux pour leurs commentaires durant la correction de cet article.

Manuscrit reçu le 20 avril 1991.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. J. BESL, « Surfaces in range image understanding », Springer-Verlag, New York, 1988.
- [2] T. KASVAND, « The $k1k2$ space in range image analysis », *Int. Conf. on Pattern Recognition (ICPR)*, 1988, pp. 923-926.
- [3] R. HOFFMAN & A. K. JAIN, « Segmentation and classification of range images », *IEEE Trans. on Pattern Anal. and Machine Intell.*, Vol. PAMI-9, No. 5, September 1987, pp. 608-620.
- [4] T. J. FAN, G. MEDIONI & R. NEVATIA, « Segmented descriptions of 3-D surfaces », *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No. 6, December 1987, pp. 527-538.
- [5] J. PONCE & M. BRADY, « Toward a surface primal sketch », *Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA)*, 1985, pp. 420-425.
- [6] B. PARVIN & G. MEDIONI, « Adaptive multiscale feature extraction from range data », *Computer Vision Graphics and Image Processing*, Vol. 45, No. 3, March 1989, pp. 346-356.
- [7] D. MARR & E. HILDRETH, « Theory of edge detection », *Proc. Royal Soc. London, ser. B*, Vol. 207, pp. 187-217, 1980.
- [8] R. M. HARALICK, « Digital step edges from zero crossing of second directional derivative », *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. PAMI-6, No. 1, January 1984, pp. 58-68.
- [9] J. CANNY, « A computational approach to edge detection », *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. PAMI-8, No. 6, November 1986, pp. 679-698.
- [10] R. DERICHE, « Optimal edges detection using recursive filtering », *Proc. First IC-CV*, London, 8-12 June 1987.
- [11] J. SHEN & S. CASTAN, « An optimal linear operator for edge detection », *Proc. Int. Conf. on Pattern Recognition (ICPR)*, 1986, pp. 109-114.
- [12] P. HORAIN, « Extraction des arêtes dans les images de distance », *congrès AFCET-INRIA*, 1989, pp. 63-72.