

# Apport de la polarisation pour caractériser une cible radar par une méthode à haute résolution

## Radar target characterization by the polarimetric high resolution method

par Yide WANG et Joseph SAILLARD

Laboratoire Systèmes Electroniques et Informatiques EP-CNRS2018  
IRESTE, Université de Nantes  
Rue Christian PAUC, La Chantrerie, BP60601  
44306 Nantes Cedex 3, France  
Tél : 02 40 68 32 30 Fax : 02 40 68 32 33  
E-mail ywang@ireste.fr

### *résumé et mots clés*

Cet article s'inscrit dans le cadre de la caractérisation d'une cible radar par une méthode à haute résolution en incorporant la polarisation des ondes reçues. La cible radar est modélisée par des contributeurs élémentaires et le radar est à diversité de fréquence et de polarisation. On propose une nouvelle méthode généralisant la méthode MUSIC à la diversité de polarisation. Cette méthode permet d'exploiter pleinement l'information contenue dans les signaux vectoriels, tout en gardant un temps de calcul comparable à celui des méthodes ne tenant pas compte de l'aspect vectoriel des signaux reçus. Les simulations montrent que la prise en compte de la polarisation dans la méthode à haute résolution (MUSIC) permet non seulement de fournir plus d'information sur la cible, mais également d'améliorer sensiblement le pouvoir de résolution.

Analyse spectrale, méthodes à haute résolution, MUSIC, polarisation, RADAR, points brillants, estimations, caractérisation.

### *abstract and key words*

We consider in this paper the characterization of a radar target by the high resolution method (MUSIC) with polarization diversity. A stepped-frequency radar system is used and the target is modelled by the scattering centers. We propose a new high resolution method which exploits optimally the polarization of the received waves, the calculation time of this method is comparable to that of the scalar HR method. We show by simulation that the proposed method can not only give more informations about the target (polarization state), but also provide better performance than the classical scalar high resolution methods in terms of resolution of the scattering centers.

Spectral analysis, High resolution method, MUSIC, RADAR, Polarization, Scattering centers, Estimation, Characterization.

# 1. introduction

Un radar à diversité de fréquence et de polarisation est considéré dans cette étude. La cible est modélisée par un ensemble de points brillants indépendants et isotropes. La classification d'une telle cible revient donc à estimer les caractéristiques de ces contributeurs élémentaires, notamment les distances entre eux, l'amplitude et la polarisation de l'onde rétrodiffusée par chacun de ces contributeurs élémentaires à partir des signaux reçus.

Il est connu que ce problème peut se ramener à une estimation des composantes sinusoïdales dans du bruit blanc additif, sachant que les fréquences estimées correspondent aux distances entre les points brillants, les amplitudes donnent des informations sur la section efficace radar du contributeur et les polarisations apportent une aide pour déterminer la géométrie de la cible radar.

Les méthodes classiques pour un tel problème sont basées sur les techniques de la transformée de Fourier [Chamberlain91]. Malheureusement, ces méthodes sont limitées intrinsèquement par leur pouvoir de résolution, elles sont de plus biaisées à cause des lobes secondaires introduits par la troncature de la séquence observée. Plusieurs méthodes à haute résolution (HR), [Bienvenu83], [Kumaresan83], ont été proposées afin de s'affranchir de ce problème. Mais, la plupart de ces méthodes ignorent l'aspect de polarisation des ondes reçues, un paramètre pourtant riche d'informations.

En traitement d'antenne, dans le domaine d'estimation des angles d'arrivée d'ondes planes à l'aide d'un réseau de capteurs, il existe plusieurs méthodes à haute résolution qui exploitent la diversité de polarisation des ondes reçues [Demeure94], [Ferrara83], [Friedlander92], [Li91\_1], [Li91\_2], [Li92], [Li93\_1], [Li93\_2], [Li94], [Marie98], [Weiss91], [Weiss93], [Ziskind88], [Ziskind90]. Ces méthodes montrent que la prise en compte de la diversité de polarisation améliore effectivement la performance tout en gardant un temps de calcul comparable par rapport aux méthodes qui ne tiennent pas compte de l'aspect de la polarisation des ondes reçues.

L'adaptation de ces méthodes HR dans le contexte d'estimation des contributeurs élémentaires n'est pas triviale, contrairement à ce qu'on pourrait imaginer. Ceci est probablement la raison pour laquelle il existe peu de méthodes [Steadly91], [Wang95], [Wang97] qui exploitent l'aspect vectoriel des signaux reçus dans le but d'estimer les contributeurs élémentaires d'une cible radar.

La méthode proposée dans [Steadly91] est basée sur le principe de la méthode Prony en incorporant l'information de la polarisation des signaux reçus, elle a été généralisée dans [Wang95] aux méthodes à haute résolution basées sur les éléments propres de la matrice de covariance des signaux reçus. Dans ces deux méthodes, l'estimation des fréquences (distances) et l'estimation des amplitudes et des polarisations associées sont effectuées en deux étapes séparées. Les fréquences sont d'abord estimées à l'aide d'une méthode d'analyse spectrale HR, puis les amplitudes

et les polarisations associées sont estimées en se basant sur le principe de la méthode des moindres carrés. Mais ces méthodes ne bénéficient pas pleinement de l'information apportée par la polarisation des ondes reçues. En effet, le signal capté par la voie horizontale et celui capté par la voie verticale sont traités de la même façon, sans prendre en compte que l'un des deux signaux pourrait être plus favorable pour l'estimation grâce à l'état de polarisation des ondes reçues. Par conséquent, ces méthodes ne cherchent pas à optimiser cette information.

Nous proposons une méthode qui permet d'optimiser cette information. Contrairement à celles proposées dans [Steadly91, Wang95], cette nouvelle méthode permet en une seule étape d'estimer conjointement les fréquences (distances), les amplitudes des points brillants et les polarisations associées, d'où un gain de temps de calcul appréciable.

Nous commençons par une formulation du problème, et par un bref rappel sur la caractérisation polarimétrique d'une cible radar. Nous présentons ensuite la nouvelle méthode HR à diversité de polarisation, des résultats de simulation sont également fournis afin d'obtenir une idée sur la performance de la méthode proposée. Puis nous concluons.

# 2. formulation du problème

Considérons une cible radar composée de  $m$  contributeurs élémentaires indépendants et isotropes, notons la polarisation de l'onde émise par  $q$  et la polarisation de l'onde reçue par  $p$ . Si la cible est éclairée par une onde électromagnétique de fréquence  $\nu$ , le coefficient complexe de rétrodiffusion de la cible peut s'exprimer par :

$$s_{pq}(\nu) = \sum_{i=1}^m b_{pqi} e^{j \frac{4\pi}{c} R_i \nu}$$

où  $b_{pqi}$  représente l'amplitude complexe du  $i^{\text{ème}}$  point brillant et  $R_i$  la distance projetée du  $i^{\text{ème}}$  point brillant sur la direction radar-cible.

Pour un radar à diversité de fréquence, on émet une suite de  $N$  exponentielles pures :  $e^{j2\pi\nu_n t}$  avec  $\nu_n = \nu_0 + n\Delta\nu$ , et  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ . Ainsi pour la  $n^{\text{ème}}$  fréquence :

$$s_{pq}(n) = \sum_{i=1}^m b_{pqi} e^{j \frac{4\pi}{c} R_i \nu_n} = \sum_{i=1}^m a_{pqi} e^{j2\pi \left( \frac{2\Delta\nu}{c} R_i \right) n} \quad (1)$$

On constate alors que le signal reçu  $s_{pq}(n)$  peut être considéré comme l'échantillon à l'instant  $n$  d'un signal composé d'une somme de  $m$  sinusoïdes ayant chacune une fréquence propre égale à  $\frac{2\Delta\nu}{c} R_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ), la fréquence d'échantillonnage étant normalisée à 1. Pour que la condition de Shannon soit respectée,

il faut  $\left| \frac{2\partial v}{c} R_i \right| \leq 1/2$ , ce qui donne la formule classique de la distance d'ambiguïté :

$$|2R_i|_{\max} \leq \frac{c}{2\partial v} \equiv R_a$$

Le signal reçu (1) peut être réécrit avantageusement en fonction de la distance d'ambiguïté :

$$s_{pq}(n) = \sum_{i=1}^m a_{pqi} e^{j2\pi \left( \frac{R_i}{R_a} \right) n} = \sum_{i=1}^m a_{pqi} e^{j2\pi f_i n}$$

Cette écriture du signal reçu permet d'introduire la notion de fréquence normalisée :  $f_i = \frac{R_i}{R_a}$ , elle met également en évidence le lien direct entre le problème de caractérisation des contributeurs élémentaires d'une cible radar et celui d'analyse spectrale.

Exprimé dans la base de polarisation horizontale-verticale, le signal vectoriel reçu total s'écrit :

$$\begin{bmatrix} s_{hh}(n) \\ s_{hv}(n) \\ s_{vh}(n) \\ s_{vv}(n) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} a_{hh_i}(n) \\ a_{hv_i}(n) \\ a_{vh_i}(n) \\ a_{vv_i}(n) \end{bmatrix} e^{j2\pi f_i n}$$

Dans le cas d'un radar monostatique pour lequel l'antenne d'émission et celle de réception sont confondues spatialement, la propriété de réciprocité s'impose, et la relation :  $s_{hv}(n) = s_{vh}(n)$  est vérifiée. Le signal vectoriel reçu s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} s_{hh}(n) \\ s_{hv}(n) \\ s_{vv}(n) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} a_{hh_i}(n) \\ a_{hv_i}(n) \\ a_{vv_i}(n) \end{bmatrix} e^{j2\pi f_i n} \quad (2)$$

où  $f_i$  est la fréquence normalisée, sa valeur étant limitée à 0.5; le vecteur du signal reçu est bien sûr entaché d'un bruit additif, que l'on supposera blanc gaussien centré complexe circulaire.

### 3. caractérisation polarimétrique

On rappelle que le comportement polarimétrique d'une cible radar peut être caractérisé complètement par la matrice de rétrodiffusion. Cette matrice relie la polarisation de l'onde rétrodiffusée à celle de l'onde incidente. Elle peut être obtenue en estimant la polarisation de l'onde reçue pour deux ondes incidentes de polarisation orthogonale. Le point pertinent est donc d'estimer sans biais la polarisation de l'onde reçue pour une onde incidente de polarisation quelconque.

Afin de pouvoir estimer la polarisation d'une onde électromagnétique, il faut que l'antenne de réception possède la diversité de polarisation permettant ainsi de recevoir simultanément

l'onde sur deux accès à polarisation orthogonale, par exemple les polarisations circulaires gauche-droite ou bien les polarisations horizontale-verticale. Sans perdre en généralité, nous utilisons la réponse de polarisation transitoire proposée dans [Steedly91]. Dans ce concept, l'état de polarisation de l'onde émise est circulaire gauche et l'onde rétrodiffusée est reçue simultanément par deux capteurs recevant respectivement les composantes horizontale et verticale de l'onde.

On peut toutefois noter que cette méthode s'applique pour toute antenne à double accès formant une base de polarisation orthogonale, la plus classique étant horizontale et verticale, et ce, quelle que soit la polarisation de l'onde incidente.

Dans le domaine fréquentiel, les signaux reçus sur les voies horizontale et verticale pour une onde incidente de polarisation circulaire gauche peuvent être écrits :

$$\begin{bmatrix} s_{hg}(n) \\ s_{vg}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{hh}(n) & s_{hv}(n) \\ s_{vh}(n) & s_{vv}(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

D'après (2), le vecteur des signaux reçus (3) peut être modélisé par :

$$\begin{bmatrix} s_{hg}(n) \\ s_{vg}(n) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} a_{h_i} \\ a_{v_i} \end{bmatrix} e^{j2\pi f_i n} \quad (4)$$

où  $a_{h_i}$  et  $a_{v_i}$  associées avec la fréquence normalisée  $f_i$  contiennent les informations polarimétriques concernant le  $i^{ième}$  point brillant.

Une des représentations classiques de l'état de polarisation d'une onde est l'ellipse de polarisation représentée à la figure 1. Cette ellipse de polarisation peut être caractérisée par trois paramètres : l'angle d'ellipticité  $\tau$  ( $|\tau| \leq \pi/4$ ), l'angle d'orientation  $\phi$  ( $0 \leq \phi < \pi$ ) et l'amplitude de l'ellipse  $A$ .

Les angles d'ellipticité et d'orientation peuvent être calculés en fonction des amplitudes horizontale et verticale des ondes reçues

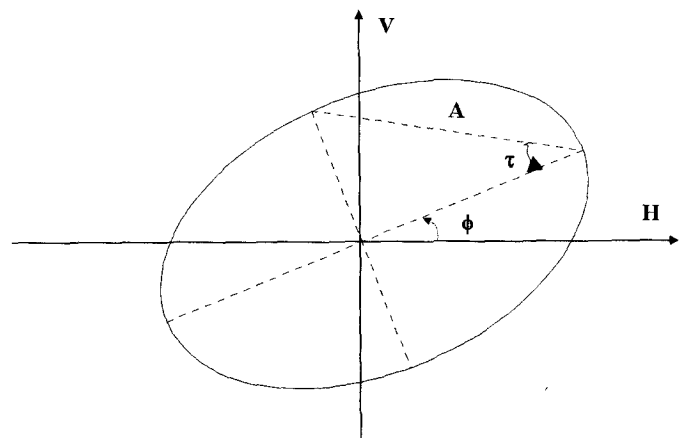


Figure 1. – L'ellipse de polarisation.

par les formules suivantes [Steedly91] :

$$\begin{aligned} \gamma &= \arctan \left[ \frac{|a_v|}{|a_h|} \right] \\ \delta &= \arg(a_v) - \arg(a_h) \\ \tau &= \frac{1}{2} \arcsin [\sin(2\gamma) \sin(\delta)] \\ \alpha &= \frac{1}{2} \arctan [\tan(2\gamma) \cos(\delta)] \\ \phi &= \begin{cases} \alpha + \frac{\pi}{2} & \text{si } \gamma > \frac{\pi}{4} \\ \alpha + \pi & \text{si } \gamma \leq \frac{\pi}{4} \text{ et } \alpha < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

L'amplitude de l'ellipse peut être calculée par :

$$A = ||a_h| \cos(\phi) + |a_v| \exp(j\delta) \sin(\phi)|$$

Le problème revient donc à estimer les fréquences  $f_i$  et les paramètres polarimétriques  $\tau_i$  et  $\phi_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) à l'aide des échantillons des signaux reçus  $s_{hg}(n)$  et  $s_{vg}(n)$ , ( $n = 0, 1, \dots, N - 1$ ).

## 4. méthodes à haute résolution

Supposons que l'on dispose de  $N$  échantillons du vecteur des signaux reçus (4), et considérons les deux matrices de données construites de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_h &= \begin{bmatrix} s_{hg}(0) & s_{hg}(1) & \dots & s_{hg}(N-p) \\ s_{hg}(1) & s_{hg}(2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ s_{hg}(p-1) & & & s_{hg}(N-1) \end{bmatrix} \\ \mathbf{S}_v &= \begin{bmatrix} s_{vg}(0) & s_{vg}(1) & \dots & s_{vg}(N-p) \\ s_{vg}(1) & s_{vg}(2) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ s_{vg}(p-1) & & & s_{vg}(N-1) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Il est connu [Kumaresan83] que si les dimensions de la matrice  $\mathbf{S}_h$  ou bien  $\mathbf{S}_v$  sont supérieures au nombre de points brillants,  $\mathbf{S}_h$  et  $\mathbf{S}_v$  sont déficientes, le principe des méthodes HR peut être appliqué sur chacune de ces deux matrices. Mais cette manière de procéder n'est pas optimale, car elle ignore que les deux matrices  $\mathbf{S}_h$  et  $\mathbf{S}_v$  sont construites à partir de données issues des mêmes contributeurs. Par exemple  $\mathbf{S}_h$  ne permet pas de détecter les signaux liés à l'état de polarisation verticale.

Une des manières permettant de prendre en compte simultanément les signaux reçus sur les deux voies est proposée dans [Steedly91,

Wang95], il s'agit de construire une matrice  $\mathbf{S1}$  composée de  $\mathbf{S}_h$  et  $\mathbf{S}_v$  :

$$\mathbf{S1} = [\mathbf{S}_h \quad \mathbf{S}_v]$$

La matrice  $\mathbf{S1}$  est de dimension  $(p, 2(N-p+1))$ . Il est clair que si les matrices  $\mathbf{S}_h$  et  $\mathbf{S}_v$  sont déficientes, la matrice  $\mathbf{S1}$  ainsi construite l'est également. Donc les méthodes HR s'appliquent sur  $\mathbf{S1}$ . Dans [Steedly91], les auteurs, en choisissant la dimension de la matrice  $p = m + 1$ , ont généralisé la méthode Prony sur la matrice  $\mathbf{S1}$ . Et dans [Wang95], le principe de la méthode MUSIC a été généralisé sur la matrice  $\mathbf{S1}$ .

Dans les 2 méthodes proposées, la matrice  $[\mathbf{S}_h, \mathbf{S}_v]$  était utilisée pour estimer les distances entre les contributeurs élémentaires (les fréquences). Le vecteur source ne contenant que le paramètre fréquence, l'optimisation du critère par rapport aux paramètres de polarisation ne pouvant être alors effectuée. De plus, l'espace bruit et l'espace signal étaient calculés à partir des vecteurs propres de la matrice suivante :

$$\mathbf{R} = [\mathbf{S}_h, \mathbf{S}_v] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_h^H \\ \mathbf{S}_v^H \end{bmatrix} = \mathbf{S}_h \mathbf{S}_h^H + \mathbf{S}_v \mathbf{S}_v^H$$

Les signaux reçus sur la voie de polarisation horizontale  $\mathbf{S}_h$  et ceux reçus sur la voie de polarisation verticale  $\mathbf{S}_v$  sont donc traités de façon identique. La contribution de  $\mathbf{S}_h$  et celle de  $\mathbf{S}_v$  sont donc considérées de même importance, or ceci n'est pas toujours vérifié en pratique. En effet, suivant la polarisation des ondes reçues, la contribution d'une des ondes polarisées peut être supérieure à l'autre. Ainsi, pour une onde reçue ayant une polarisation horizontale pure, seule la voie horizontale  $\mathbf{S}_h$  capte le signal utile, la voie verticale  $\mathbf{S}_v$  ne contient que du bruit, il est donc tout à fait légitime de privilégier la matrice  $\mathbf{S}_h$ . Or ceci n'est pas possible avec la méthode décrite précédemment. Par conséquent, les méthodes basées sur la matrice  $[\mathbf{S}_h, \mathbf{S}_v]$  ne sont pas optimales.

Afin d'exploiter pleinement l'information contenue dans  $\mathbf{S}_h$  et  $\mathbf{S}_v$ , nous proposons d'utiliser la matrice  $\mathbf{S}$  construite de la façon suivante :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_h \\ \mathbf{S}_v \end{bmatrix}$$

D'après la structure des matrices  $\mathbf{S}_h$  et  $\mathbf{S}_v$  et celle des signaux reçus (4), la matrice  $\mathbf{S}$  peut s'écrire de la façon suivante :

$$\mathbf{S} = \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} a_{h_i} & \dots & a_{h_i} e^{j2\pi f_i(N-p)} \\ \vdots & \ddots & \\ a_{h_i} e^{j2\pi f_i(p-1)} & & a_{h_i} e^{j2\pi f_i(N-1)} \\ a_{v_i} & \dots & a_{v_i} e^{j2\pi f_i(N-p)} \\ \vdots & \ddots & \\ a_{v_i} e^{j2\pi f_i(p-1)} & & a_{v_i} e^{j2\pi f_i(N-1)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

On peut facilement factoriser cette matrice par :

$$\mathbf{S} = \sum_{i=1}^m \mathbf{g}_{2p}(a_{h_i}, a_{v_i}, f_i) \mathbf{d}_{n1}^T(f_i)$$

avec  $\mathbf{g}_{2p}(a_{h_i}, a_{v_i}, f_i)$ ,  $\mathbf{d}_{n_1}(f_i)$  deux vecteurs de dimensions  $2p$  et  $n_1 = N - p + 1$  respectivement :

$$\mathbf{d}_{n_1}(f_i) = \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi f_i} & \dots & e^{j2\pi(n_1-1)f_i} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{g}_{2p}(a_{h_i}, a_{v_i}, f_i) = \begin{bmatrix} a_{h_i} \mathbf{d}_p^T(f_i) & a_{v_i} \mathbf{d}_p^T(f_i) \end{bmatrix}^T$$

On peut montrer que si  $p > m$  et  $n_1 > m$ , la matrice  $\mathbf{S}$  est de rang déficient. Si en plus  $f_i \neq f_j, \forall i \neq j$ , et  $i, j = 1, 2, \dots, m$ , le rang de la matrice  $\mathbf{S}$  est égal au nombre de points brillants  $m$ . Par conséquent, le principe des méthodes HR s'applique sur la matrice  $\mathbf{S}$ , avec le vecteur source défini par  $\mathbf{g}_{2p}(a_h, a_v, f)$ .

Notons  $\mathbf{U}_1$  la matrice de dimension  $(2p, m)$  constituée par les vecteurs singuliers gauches associés aux  $m$  plus grandes valeurs singulières et  $\mathbf{U}_2$  la matrice de dimension  $(2p, 2p - m)$  constituée par les autres vecteurs singuliers gauches de la matrice  $\mathbf{S}$ . Le principe des méthodes HR, [Bienvenu83], [Kumaresan83] est basé sur le fait que l'ensemble des  $m$  vecteurs  $\mathbf{g}_{2p}(a_{h_i}, a_{v_i}, f_i), i = 1, 2, \dots, m$  engendre le même espace que celui engendré par les colonnes de la matrice  $\mathbf{U}_1$ , appelé espace signal; par conséquent il est orthogonal à l'espace engendré par les colonnes de la matrice  $\mathbf{U}_2$ , appelé espace bruit ou bien espace complémentaire. Notons le projecteur de l'espace complémentaire par  $\mathbf{\Pi}_b = \mathbf{U}_2 \mathbf{U}_2^H$ . Les paramètres intéressants peuvent être estimés en minimisant la projection du vecteur source sur l'espace complémentaire :

$$\min_{a_h, a_v, f} \frac{\mathbf{g}_{2p}^H(a_h, a_v, f) \mathbf{\Pi}_b \mathbf{g}_{2p}(a_h, a_v, f)}{\mathbf{g}_{2p}^H(a_h, a_v, f) \mathbf{g}_{2p}(a_h, a_v, f)} \quad (6)$$

Il s'agit d'une recherche dans l'espace tri-dimensionnel, trop coûteuse en temps de calcul, et difficilement utilisable en pratique. Heureusement, grâce à la structure du vecteur source, nous pouvons rendre ce problème de minimisation beaucoup plus rapide. Réécrivons la structure du vecteur  $\mathbf{g}_{2p}(a_h, a_v, f)$  :

$$\mathbf{g}_{2p} = \begin{bmatrix} a_h \mathbf{d}_p(f) \\ a_v \mathbf{d}_p(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_p & \mathbf{0}_p \\ \mathbf{0}_p & \mathbf{d}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_h \\ a_v \end{bmatrix} = \mathbf{D} \mathbf{a}$$

avec  $\mathbf{D}$  une matrice de dimension  $(2p, 2)$  qui contient l'information des fréquences (distances entre les contributeurs élémentaires) et  $\mathbf{a}$  un vecteur de dimension 2 contenant l'information de polarisation. Cette factorisation du vecteur  $\mathbf{g}_{2p}$  permet donc de séparer les contributions de fréquences et celles de polarisation.

Ainsi la minimisation (6) peut être reformulée de la manière suivante :

$$\min_{f, \mathbf{a}} \frac{\mathbf{a}^H \mathbf{D}^H \mathbf{\Pi}_b \mathbf{D} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{D}^H \mathbf{D} \mathbf{a}} = \min_f \left[ \min_{\mathbf{a}} \frac{\mathbf{a}^H \mathbf{D}^H \mathbf{\Pi}_b \mathbf{D} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{D}^H \mathbf{D} \mathbf{a}} \right] \quad (7)$$

Comme

$$\mathbf{D}^H \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_p^H & \mathbf{0}_p^H \\ \mathbf{0}_p^H & \mathbf{d}_p^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_p & \mathbf{0}_p \\ \mathbf{0}_p & \mathbf{d}_p \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{d}_p^H \mathbf{d}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{d}_p^H \mathbf{d}_p \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

la minimisation (6) devient alors :

$$\min_f \left[ \min_{\mathbf{a}} \frac{\mathbf{a}^H \mathbf{D}^H \mathbf{\Pi}_b \mathbf{D} \mathbf{a}}{p \mathbf{a}^H \mathbf{a}} \right]$$

Or, la minimisation entre les crochets (par rapport au vecteur  $\mathbf{a}$ ) est donnée par la valeur propre minimale de la matrice  $\mathbf{D}^H \mathbf{\Pi}_b \mathbf{D}$ . Cette matrice étant hermitienne et de dimension  $(2, 2)$ , peut être notée par :

$$\mathbf{D}^H \mathbf{\Pi}_b \mathbf{D} = \begin{bmatrix} c & \beta \\ \beta^* & d \end{bmatrix}$$

avec  $c, d$  deux nombres réels et  $\beta$  un nombre complexe. La valeur propre minimale de cette matrice peut être calculée analytiquement par :

$$\lambda_{\min} = \frac{(c + d) - \sqrt{(c - d)^2 + 4|\beta|^2}}{2} \quad (8)$$

Cette opération permet d'éviter alors la recherche des minima dans l'espace de polarisation, la minimisation à trois dimensions (6) est ainsi réduite à une seule dimension, d'où un gain important en temps de calcul. Les fréquences peuvent être estimées par celles qui minimisent la valeur propre minimale de la matrice  $\mathbf{D}^H \mathbf{\Pi}_b \mathbf{D}$  qui est donnée par la formule (8); le vecteur propre correspondant, peut être calculé analytiquement par la formule suivante :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -(c - \lambda_{\min}) / \beta \end{bmatrix}$$

fournissant une estimation sur les paramètres de polarisation correspondant.

Cette méthode efficace permet d'exploiter pleinement l'aspect vectoriel des signaux reçus, tout en conservant un temps de calcul comparable à celui d'un problème scalaire. Elle permet d'estimer les fréquences et les paramètres de polarisation en une seule étape, contrairement aux méthodes proposées dans [Steadly91] et [Wang95], pour lesquelles ces estimations sont effectuées en deux étapes distinctes.

Dans la suite, nous donnons quelques résultats de simulation afin de se faire une idée sur les performances de cette méthode.

## 5. simulation

Le modèle proposé dans [Steadly91] est adopté dans la simulation. La cible est modélisée par 4 points brillants dont les distances par rapport au centre de référence sont : 8 cm, 12 cm, 13,3 cm et 14 cm, et les matrices de rétrodiffusion correspondantes sont explicitées dans le tableau 1.

Le radar émet des impulsions dont la porteuse varie de 2 GHz à 18 GHz avec un pas de 50 MHz, qui correspond à une distance d'ambiguïté de 3 m, et à un total de 320 fréquences discrètes.

# Polarisation pour caractériser une cible radar

Tableau 1. – Paramètres des contributeurs élémentaires.

N° de point brillant		$a_{hh}$	$a_{hv}$
		$a_{vh}$	$a_{vv}$
1		1	0
		0	1
2	10	$\cos^2 10$	$\frac{\sin^2 20}{2}$
		$\frac{\sin^2 20}{2}$	$\sin^2 10$
3	2	$\cos^2 10$	$\frac{\sin^2 20}{2}$
		$\frac{\sin^2 20}{2}$	$\sin^2 10$
4	3	$\frac{\sin^2 10}{2}$	$-\frac{\sin^2 20}{2}$
		$-\frac{\sin^2 20}{2}$	$\cos^2 10$

Afin de ramener la distance d'ambiguïté de radar proche de la dimension de cible et d'améliorer le pouvoir de résolution [Wang93], une décimation d'un facteur de 10 a été effectuée, qui donne une distance d'ambiguïté de 30 cm. Alors, le nombre de fréquences retenues devient 32. Un calcul rapide nous permet de trouver les fréquences normalisées pour les 4 points brillants : 0,267; 0,4; 0,443 et 0,467.

Nous appliquons la technique de FFT au signal reçu sur la voie horizontale, le SNR est pris égal à 20 dB, le résultat est représenté sur la figure 2. Nous constatons que les deux points brillants les plus proches ne peuvent pas être séparés par cette technique.

Sur la figure 3, nous présentons la méthode MUSIC version scalaire appliquée au même signal précédent, nous remarquons que les deux fréquences les plus proches sont bien séparées. Mais, cette méthode n'est pas optimale, car l'aspect vectoriel du signal reçu n'est pas pris en compte. La méthode ne peut plus séparer les points brillants les plus proches si le SNR devient à 10 dB, comme le montre la figure 4.

Nous appliquons la méthode proposée dans cet article sur le même signal que précédemment, le résultat tracé sur la figure 5 montre que les deux points brillants les plus proches sont correctement séparés.

La méthode proposée permet de séparer les deux fréquences les plus proches même si le SNR est à 3 dB, comme le montre la figure 6.

La méthode proposée est appliquée pour SNR = 10 dB sur 50 tirages de bruit indépendants, nous donnons les résultats de l'estimation du troisième point brillant qui est le plus difficile à estimer parmi les 4 points brillants dans le tableau suivant :

Tableau 2. – Résultats de l'estimation.

	$\phi$ (deg)	$\tau$ (deg)	$d$ (cm)
Valeur vraie	10	0,00	13,3
Valeur estimée	10,22	- 0,42	13,296
Ecart Type	2,68	2,51	0,068

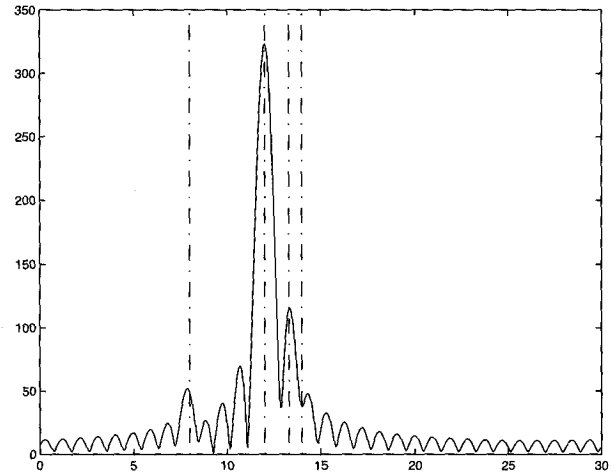


Figure 2. – FFT scalaire SNR=20 dB.

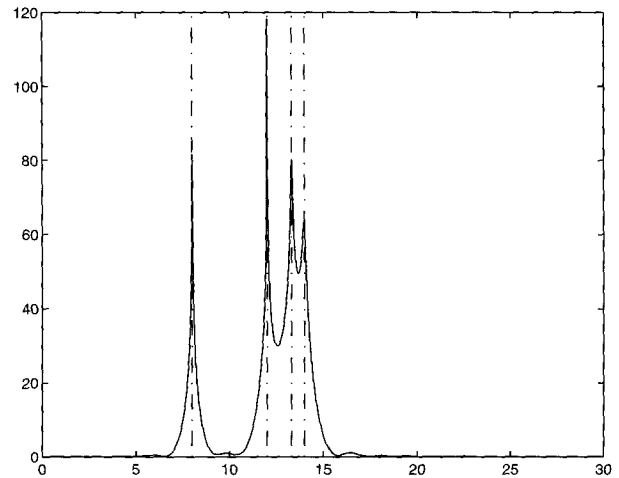


Figure 3. – MUSIC scalaire SNR = 20 dB.

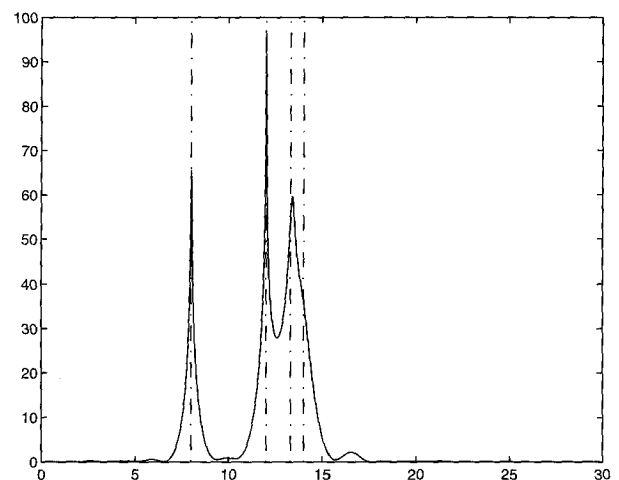


Figure 4. – MUSIC scalaire SNR = 10 dB.

Il est clair que la méthode exposée possède une performance satisfaisante aussi bien pour l'estimation de la fréquence que pour l'estimation des paramètres de polarisation des signaux reçus.

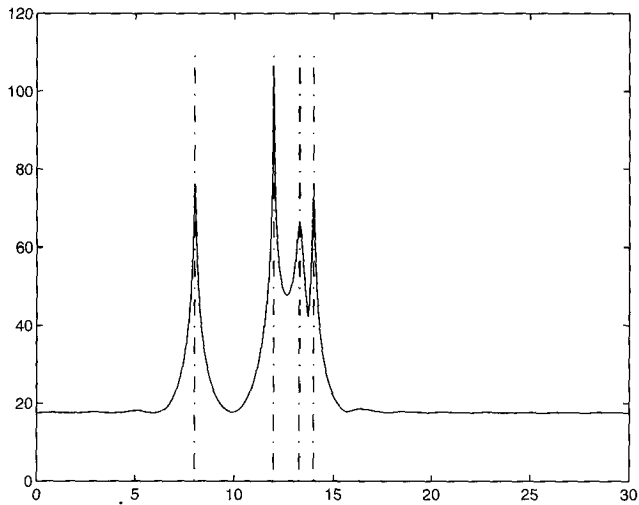


Figure 5. – MUSIC vectorielle SNR = 10dB.

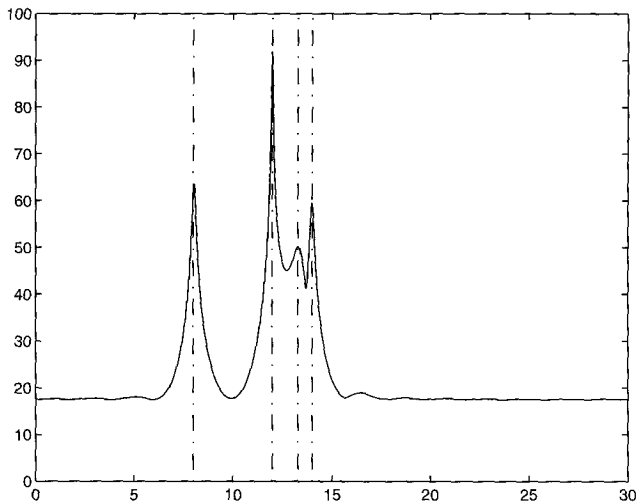


Figure 6. – MUSIC vectorielle SNR=3 dB.

## 6. conclusion

Dans cet article, nous avons considéré la modélisation d'une cible radar par un radar à diversité de fréquence et de polarisation, la cible radar étant modélisée par des contributeurs élémentaires. Nous avons proposé une nouvelle méthode qui généralise la méthode à haute résolution (MUSIC) en incorporant d'une façon optimale la polarisation des ondes reçues. Cette méthode permet d'exploiter pleinement les informations contenues dans les signaux reçus sur les deux voies de polarisation orthogonale, tout en gardant un temps de calcul comparable à celui d'une méthode scalaire délaissant l'aspect polarisation des ondes reçues. Elle permet d'estimer en une seule étape les distances entre les

points brillants et les paramètres de polarisation des signaux correspondants, d'où un gain de temps de calcul, par rapport aux méthodes traitant les deux estimations séparément [Steedly91, Wang95]. Les résultats de simulation montrent que cette méthode permet non seulement de fournir plus d'information sur la cible, mais elle améliore également le pouvoir de résolution.

## BIBLIOGRAPHIE

- [Bienvenu83] G. Bienvenu and L. Kopp : «Optimality of High-Resolution Array Processing Using the Eigenstructure Approach». *IEEE Trans. on ASSP*, Vol.31, pp.1235-1248, October, 1983.
- [Chamberlain91] N. F. Chamberlain, E. K. Walton and F. D. Garber : «Radar Target Identification of Aircraft Using Polarization Diverse Features» *IEEE Trans. on AES*, Vol.27, No.1, pp. 58-66, Jan., 1991.
- [Demeure94] C. Demeure, A. Ferréol et J.L. Rogier : «Mesures d'Angles d'Élévation en HF par une Méthode à Haute Résolution Utilisant la Diversité de Polarisation» AGARD, July 1994.
- [Ferrara83] E.R. Ferrara and T.M. Parks : «Direction Finding with an Array of Antennas Having Diverse Polarizations» *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.31, No.2, pp.231-236, March 1983.
- [Friedlander92] B. Friedlander and A.J. Weiss : «Performance of Diversely Polarized Antenna Arrays for Correlated Signals» *IEEE Trans. Aerospace Electron. Systems*, vol.28, No.3, pp.869-879, July 1992.
- [Giuli86] D. Giuli : «Polarization Diversity in Radars» *Proc. of the IEEE*, vol.74, No.2, pp.245-269, Feb.1986.
- [Kumaresan83] R.Kumaresan, D.Tufts : «Estimation of the Angles of Arrival of Multiple Plane Waves» *IEEE Trans. on AES*, Vol.19, No.1, pp. 134-139, Jan., 1983.
- [Li91.1] J. Li and R.T. Compton, Jr. : «Angle and Polarization Estimation Using ESPRIT with a Polarization Sensitive Array» *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.39, No.9, pp.1376-1383, Sept. 1991.
- [Li91.2] J. Li and R.T. Compton, Jr. : «Angle Estimation Using a Polarization Sensitive Array» *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.39, No.10, pp.1539-1543, Sept. 1991.
- [Li92] J. Li and R.T. Compton, Jr. : «Two Dimensional Angle and Polarization Estimation Using the Esprit Algorithm» *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.40, No.5, pp.550-555, May 1992.
- [Li93.1] J. Li : «Direction and Polarization Estimation Using Arrays with Small Loops and Short Dipoles» *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.41, No.3, pp.379-387, March 1993.
- [Li93.2] J. Li and R.T. Compton, Jr. : «Angle and Polarization Estimation in a Coherent Signal Environment» *IEEE Trans. Aero. Elect. Syst.*, vol.29, No.3, pp.706-716, July 1993.
- [Li94] J. Li : «On Polarization Estimation Using a Crossed Dipole Array» *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.42, No.4, pp.977-980, April 1994.
- [Steedly91] W. M. Steedly and R. L. Moses : «High Resolution Exponential Modeling of Fully Polarized Radar Returns» *IEEE Trans. on AES*, Vol.27, No.3, pp. 459-468, May, 1991.
- [Marie98] F. Marie, L. Bertel et Y. Erhel : «Possible Applications of HF Colocated Antennas» *PIERS98*, pp. 967-967, Nantes, July 1998.
- [Wang93] Y. Wang and J. Saillard : «Application des Méthodes à Haute Résolution dans la Discrimination des Contributeurs Élémentaires d'une Cible Radar» *GRETI93*, pp. 1151-1154, Nice, Septembre 1993.
- [Wang95] Y. Wang and J. Saillard : «Polarimetric High Resolution Methods» *JIPR95 (Troisièmes Journées Internationales de la Polarimétrie Radar)*, pp. 480-491, Nantes, Mars 1995.

## Polarisation pour caractériser une cible radar

- [Wang97] Y. Wang et J. Saillard : «La Polarisation dans les Méthodes à Haute Résolution» GRETSI97, pp. 611-614, Grenoble, 15-19, Septembre 1997.
- [Weiss91] A.J. Weiss and B. Friedlander : «Performance Analysis of Diversely Polarized Antenna Arrays» *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.39, No.7, pp.1589-1603, July 1991.
- [Weiss93] A.J. Weiss and B. Friedlander : «Direction Finding for Diversely Polarized Signals Using Polynomial Rooting» *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.41, No.5, pp.1893-1905, May 1993.
- [Ziskind88] I. Ziskind and M. Wax : «Optimum Localization of Coherent Signals Having Diverse Polarization» Int Symp. Digest : *Antennas and propagation*, 1988.
- [Ziskind90] I. Ziskind and M. Wax : «Maximum Likelihood Localization of Diversely Polarized Sources by Simulated Annealing» *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.38, No.7, pp.1111-1114, July 1990.

Manuscrit reçu le 2 novembre 1998.

### LES AUTEURS

Yide WANG



Yide WANG est docteur de l'Université de Rennes en traitement du signal et télécommunication. Il est actuellement maître de conférences à l'IRESTE, l'Université de Nantes. Il travaille au laboratoire SEI EP 2018 du CNRS dans le domaine du traitement du signal appliqué aux systèmes radar et aux systèmes de télécommunications. Plus particulièrement, il s'intéresse au problème d'analyse spectrale et au problème de traitement d'antenne multicapteurs.

Joseph SAILLARD



Joseph SAILLARD est Professeur à l'IRESTE, l'Université de Nantes et Directeur du laboratoire SEI EP 2018 du CNRS. Son domaine d'activité est celui des systèmes et traitement radar alliant l'aspect polarisation des ondes et celui lié aux télécommunications mobiles tant sur l'aspect théorique que simulation et expérimentation.